

4. ESERCIZI SULLE EQUAZIONI ALGEBRICHE DI GRADO SUPERIORE AL 2° (soluzioni a pagina 79)

(è richiesto di **determinare le sole soluzioni reali**) **BINOMIE**



- | | | |
|-------------------------------------|----------------------|--------------------|
| 1) $16x^4 - 1 = 0$ | 2) $27x^3 - 1 = 0$ | 3) $16x^4 + 1 = 0$ |
| 4) $27x^3 + 1 = 0$ | 5) $x^6 - 1 = 0$ | 6) $x^6 + 1 = 0$ |
| 7) $x^5 - 1 = 0$ | 8) $x^5 + 1 = 0$ | 9) $x^3 - 2 = 0$ |
| 10) $32x^5 + 3 = 0$ | 11) $9x^4 = 1$ | 12) $x^5 = x$ |
| 13) $(x^3 + 4)(x^3 - 1) = 3x^3 + 1$ | 14) $x^6 + 3x^2 = 0$ | 15) $5x^3 + 8 = 0$ |

BIQUADRATICHE E TRINOMIE IN GENERE

- | | | | |
|---|---|---|-------------------------------|
| 16) $4x^4 - 9x^2 + 2 = 0$ | 17) $2x^4 - 5x^2 - 3 = 0$ | 18) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$ | 19) $x^4 - 6x^2 + 9 = 0$ |
| 20) $x^4 - 10x^2\sqrt{2} + 18 = 0$ | 21) $x^6 + 2x^3 - 3 = 0$ | 22) $3x^8 - 10x^4 = 8$ | 23) $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$ |
| 24) $9x^6 - 28x^4 + 3x^2 = 0$ | 25) $16x^4 + 1 = 8x^2$ | 26) $x^7 + 9x^4 + 14x = 0$ | 27) $x^3(x^3 - 4) = 12$ |
| 28) $x^8 - 18x^4 + 81 = 0$ | 29) $x^{18} + 4x^{12} + 3x^6 = 0$ | 30) $x^{10} = 2^3 \cdot x^5 + 3^2$ | 31) $x^2 = \frac{x^4 + 1}{6}$ |
| 32) $x^4 + 2(2 - \sqrt{3})x^2 - 2(2\sqrt{3} - 3) = 0$ | 33) $(abx^2)^2 + 1 = (a^2 + b^2)x^2$ | | |
| 34) $x^4 - 2(a^2 + b^2)x^2 + a^4 + b^4 - 2a^2b^2 = 0$ | 35) $\left(\frac{x^2}{m-1}\right)^2 + m^2 = \frac{2m}{m-1}x^2 + \left(\frac{x}{m-1}\right)^2$ | | |
| 36) $kx^2 - \frac{1}{x^2} = 1 - k$ | 37) $x^2(x^2 + 1) = a^2(a^2 - 1)$ | 38) $x^2 + 4\frac{b^2}{x^2} = (b-2)^2 + 4b$ | |

RISOLUBILI PER SCOMPOSIZIONE COL METODO DI RUFFINI

- | | | |
|---|---------------------------------|---|
| 39) $45x^3 + 6x^2 - 13x + 2 = 0$ | 40) $3x^3 + 5x^2 = 7x + 10$ | 41) $x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6 = 0$ |
| 42) $7b^3 + b + 8 = 0$ | 43) $6a^3 - 7a^2 - 21a - 6 = 0$ | 44) $24\alpha^3 + 26\alpha^2 + 9\alpha + 1 = 0$ |
| 45) $y^6 - 3y^5 + 10y^4 - 24y^3 + 32y^2 - 48y + 32 = 0$ | 46) $x^5 = 27x^2(x+2)$ | |

RISOLUBILI PER SCOMPOSIZIONE CON RACCOGLIMENTI PARZIALI

- | | | |
|----------------------------------|------------------------------------|----------------------------------|
| 47) $9x^5 - x^3 + 45x^2 - 5 = 0$ | 48) $12a^3 + 20a^2 + 27a + 45 = 0$ | 49) $8b^3 - 6b^2 - 36b + 27 = 0$ |
|----------------------------------|------------------------------------|----------------------------------|

RISOLUBILI CON SCOMPOSIZIONI DI VARIO TIPO

- | | | |
|-------------------------------------|----------------------------|---|
| 50) $9y^4 + 12y^3 - 11y^2 + 2y = 0$ | 51) $x^4 - 4x^2 - 1 = 4x$ | 52) $16x^9 + 16x^8 + 15x^5 + 15x^4 - x - 1 = 0$ |
| 53) $b^7 + 2b^5 + 8b^4 + 5b^3 = 0$ | 54) $9x^5 + 25x^3 = 30x^4$ | 55) $16a^8 - 16a^6 + 6a^5 - 6a^3 = a^2 - 1$ |

RISOLUBILI CON ARTIFICI (= POSIZIONI)

- | | | |
|--|--|--|
| 56) $(x^2 - x)^2 + (x^2 - x) - 6 = 0$ | 57) $(x^2 - 2x - 3)^4 - 13(x^2 - 2x - 3)^2 + 36 = 0$ | 58) $x^6 = 13x^2 - 12$ ($x^2 = t$) |
| 59) $(y^2 - 13)^3 + 7(y^2 - 13)^2 - 6 = 0$ | 60) $(x - x^{-1})^4 = 3(x - x^{-1})^2 + 4$ | 61) $x^6 - 7x^4 + 11x^2 + 3 = 0$ ($x^2 = t$) |

$(5x - 4)^3 = 27$ si potrebbe affrontare ponendo $5x - 4 = t$, ma non è il caso: direttamente, potremo scrivere
 $(5x - 4)^3 = 27 \Leftrightarrow 5x - 4 = 3 \Leftrightarrow 5x = 7 \Leftrightarrow x = 7/5$

E in modo simile, ma con attenzione al doppio segno:

$$(5x + 2)^4 = 81 \Leftrightarrow 5x + 2 = \pm 3 \Leftrightarrow 5x + 2 = 3 \quad (x = 1/5) \vee 5x + 2 = -3 \quad (x = -1)$$

- | | | | | |
|----------------------|-----------------------|---------------------------|-------------------------|------------------------------|
| 62) $(8x - 1)^3 = 8$ | 63) $(8x - 1)^4 = 16$ | 64) $x^4(x + 5)^4 = 1296$ | 65) $2 - (x + 1)^6 = 0$ | 66) $(2x - x^2)^3 + 512 = 0$ |
|----------------------|-----------------------|---------------------------|-------------------------|------------------------------|

RISOLUBILI TENENDO CONTO DELLE "SOLUZIONI TROVATE PER STRADA"

- | | |
|---|------------------------------------|
| 67) $x^5 = 2x^3$ | 68) $x^2 - 36 = x^3 - 6x^2$ |
| 69) $(x^2 - 9)(3x - 5) = (9 - x^2)(x - 1)$ | 70) $x^4(x + 1) = 6x^3$ |
| 71) $(x - 1)(x^2 + x + 2) + (x^2 + x - 2)(x - 1) = 0$ | 72) $x^4 + 2x^3 + x^2 = (x + 1)^3$ |

ESERCIZI VARI (risposte a pagina 79)

1) Quali fra le seguenti equazioni:

a) $x^8 + x^2 + 1 = 0$ b) $x^4 + 2\sqrt{3} = 4$ c) $x^4 - 1234x^2 - 2345 = 0$ d) $x^3 + 9876543x^2 + 8765432 = 0$
ammettono almeno una soluzione reale?

2) Si può dire che a) l'equazione $x^9 + x^3 = 30$ è una "trinomia"? b) $x^3 + \sqrt{3} = \sqrt{2}$ è una "binomia"?

3) Cosa afferma il Teorema Fondamentale dell'Algebra?

Spiega perché la risoluzione delle due equazioni

a) $x^4 = 2(x^2 + 12)$ b) $x^5 + 30x^4 + 300x^3 + 1000x^2 = 0$
ne conferma la validità.

4) Spiega perché NON è corretto affermare che l'equazione $x^3 = 1000$ ha una soluzione di molteplicità 3

5) Metti una croce su "Vero" o su "Falso":

a) L'equazione di 4° grado ammette formula risolutiva	Vero	Falso
b) L'equazione di 5° grado ammette formula risolutiva	Vero	Falso
c) 0 è uno zero del polinomio $2x^3 - x^2 - 3x$, e anche -1 lo è	Vero	Falso
d) L'equazione $x^{123} + x^{125} = 0$ ha fra le sue soluzioni l'unità immaginaria i	Vero	Falso
e) L'equazione $x^6 - 8x^4 + 16x^2 = 0$ ha tre radici di molteplicità 2	Vero	Falso

Risolvi le equazioni binomie che seguono:

6) $81x^4 - 4 = 0$ 7) $\frac{1}{x^{18}} = 9^9$ 8) $5x^6 = 5^{-2}$ 9) $x^5 + 5^{\frac{1}{2}} = 0$

10) $x^4 - 2\sqrt{2} = 3$ 11) $x^3 + (\sqrt[4]{2} - 1)(\sqrt[4]{2} + 1) = 0$ 12) $x^4 + 2\sqrt{5} = 4$

Per le seguenti equazioni occorre tener presente il discorso su "radicali e valori assoluti" di pag. 31 quindi introdurre, se necessario, qualche stanghetta di valore assoluto,

oppure riconoscere quando l'equazione è impossibile in \mathbb{R} , eventualmente distinguendo più casi.In tutti gli esercizi, si suppone che NON sia noto il segno dei parametri a, b, c .

13) $x^4 - 1296a^4 = 0$ 14) $8x^3 - 343a^9 = 0$ 15) $a^2x^4 - b^8 = 0$ 16) $64x^6 - a^2 = 0$ 17) $x^8 - a^{10} = 0$
18) $x^3 + a^6b^3c = 0$ 19) $x^6 - a^7 = 0$ 20) $x^4 - a^4b^3 = 0$ 21) $x^4 + a^2b^4c^6 = 0$

Risolvi le equazioni trinomie che seguono:

22) $256x^8 = 1 + 60x^4$ 23) $256x^6 = 1 + 60x^3$ 24) $x^3 = \frac{64000}{x^3 + 936}$ 25) $\frac{x^2}{\sqrt{2}} - 2 \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{x^2} = 2\sqrt{2}$

26) $x^8(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1) = 2(x^8+2)$ 27) $\frac{5}{2^{-1}x^2+3} = \frac{2}{2^{-2}x^2+3} + 2^{-1}$ 28) $\frac{x^4}{2} + 2^{-1} = x^2\sqrt{2}$

29) $x^2(x^2 + 2\sqrt{2}) = 6$ 30) $x^2(x^2 - 2\sqrt{5}) + 13 = 6(\sqrt{5} - x^2)$ 31) $x^4 + b^2 + (b^2 + 1)(b^2 - 2x^2) = 0$

32) $x^3 + 4\frac{a^3}{x^3} = a^3 + 4$ 33) $x^4 + (m-x)(m+x) = m^4$ 34) $x^4 + k^3 = k(k+1)x^2$ 35) $x^6 + k^4 = k(k^2 + 1)x^3$

Risolvi effettuando opportune "posizioni":

36) $\frac{13x+3}{3x-2} = 30 \cdot \frac{3x-2}{13x+3} + 1$ 37) $(x^2 - 3x - 7)^2 = x^2 - 3x - 1$ 38) $\frac{x+998}{x+997} + \frac{x+1000}{x+1001} = \frac{14}{5}$

39) $\frac{x}{x+11} + 8 \cdot \left(\frac{x+11}{x}\right)^2 = 2\left(1 + 2 \cdot \frac{x+11}{x}\right)$ 40) $(2x+882)^2 = x+441$ 41) $x^6 + 4 = 3x^4$

42) $(288y+143)^3 + 1 = 144(2y+1)(288y+143)$

Risolvi per fattorizzazione:

43) $\frac{(1+x)(x-1)}{60} = x^{-1} + 15x^{-2}$ 44) $x^4 - 3x^2 + 7 = \frac{21}{x^2}$ 45) $2x^2(10x^3 + 1) = 8x^4 + 5x^3$

Risolvi tenendo conto delle soluzioni "trovate per strada":

46) $(2x+3)^2(2x-3)^4 = (2x-3)^2(2x+3)^4$ 47) $\frac{x^6-4}{3x} = x^3 + 2$ 48) $(x^4 - 2)(2x^2 + x - 30) + 2x^2 = x^6$

- 49) Scrivi un'equazione che abbia come soluzioni i numeri: $-3, -1, +1, +2$
- 50) Scrivi un'equazione che abbia come soluzioni i numeri: $0, 1/2, 1/3, 1/4$
- 51) Scrivi un'equazione che abbia come soluzioni: $x = -1$ con molteplicità 3; $x = 0$ con molteplicità 2.
- 52) Inventa un'equazione di 4° grado che abbia due soluzioni reali e due complesse, ma non sia una biquadratica.
- 53) Inventa un'equazione di 6° grado che abbia $x = 0$ come soluzione di molteplicità 4, ma non abbia altre soluzioni reali.
- 54) Per quale valore del parametro k l'equazione $kx^3 + x^2 + x + k = 0$ ammette come radice $x = -3$?
- 55) Per quali valori dei parametri a, b l'eq. $x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$ è verificata sia da $x = 1$ che da $x = 2$?
- 56) Per quali valori dell'esponente intero m l'equazione $x^m + x^3 = 1 + x^2$ ammette come soluzione $x = 1$?
- 57) Scrivi un esempio di equazione di 8° grado, che non abbia soluzioni reali.
- 58) Scrivi un esempio di equazione che contenga tre termini, di cui uno con x^6 , e un altro con x^3 , ma sia priva di soluzioni reali.

59) Solve the equation $x^4 - 20x^2 + 64 = 0$

60) Find the roots of the equation $x^4 = 29x^2 - 100$

61) Find the zeroes of the function $P(x) = x^5 - 12x^3 + 32x$

- 62) A medical research lab is testing a new drug on a patient. The amount of the drug remaining in the patient's bloodstream t hours after the drug is administered can be modelled by the equation

$$P(t) = -2t^3 + 6t^2 - 8t + 8$$

Using a graph, find out how many hours after administration the drug will be totally eliminated from the patient's bloodstream.

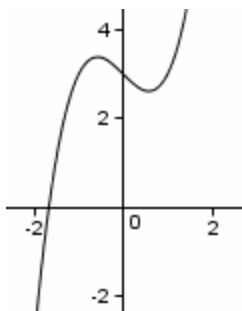
Da www.regentsprep.org

Practice with
Polynomial Equations
of Higher Degree



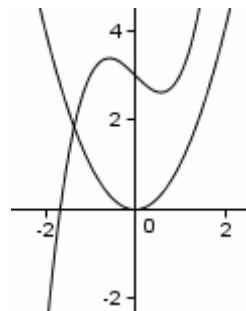
- 63) Il grafico sottostante è finalizzato a risolvere l'equazione $x^3 - x + 3 = 0$. Quante sono le soluzioni reali?

0 1 2 3



- 64) Il grafico sottostante è finalizzato a risolvere l'equazione $x^3 - x + 3 = x^2$. Quante sono le soluzioni reali?

0 1 2 3



- 65) Dov'è l'errore?

$$x^5 - 3x^3 - 4x = 0$$

$$\text{Semplifico: } x^4 - 3x^2 - 4 = 0$$

$$\text{Pongo } x^2 = w \text{ e ottengo } w^2 - 3w - 4 = 0 \quad (w-4)(w+1) = 0$$

$$w = 4 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2; \quad w = -1 \rightarrow x^2 = -1 \text{ impossibile in } \mathbb{R}$$

Le soluzioni reali sono perciò $x = -2$ e $x = 2$

- 66) Dov'è l'errore?

$$\sqrt{12} + x^6 = 4$$

$$x^6 = 4 - \sqrt{12}; \quad x^6 = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$x^6 = (\sqrt{3} - 1)^2; \quad x^3 = \sqrt{3} - 1;$$

$$x = \sqrt[3]{\sqrt{3} - 1}$$

- 67) Risolvi utilizzando per i vari calcoli un foglio elettronico. Arrotonda le soluzioni a 3 cifre decimali.

a) $1,357x^4 - 4,321x^2 - 7,531 = 0$ b) $x^6 + 0,111x^3 = 9,877$

- 68) Per le seguenti equazioni, determina anche le soluzioni complesse.

A tale scopo, può essere necessaria una scomposizione in fattori.

a) $x^4 = 1$ b) $4(3x^2 + 16) = x^4$ c) $x^3 = 1000$ d) $16x^4 + 8x^2 + 1 = 0$ e) $x^4 + 6x^2 + 25 = 0$

- 69) Risolvi in \mathbb{C} le seguenti equazioni a coeff. complessi: a) $ix^2 + 7x - 10i = 0$ b) $x^2 - (2 + 4i)x + 6 + 4i = 0$

- 70) Risolvi in \mathbb{C} le seguenti equazioni a coefficienti complessi:

a) $2x^3 - (4 + i)x^2 + (20 + 2i)x - 10i = 0$ b) $x^4 + 8(x + i) = (ix)^3$

RISPOSTE

- Pag. 76** 1) $\pm \frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{3}$ 3) *imposs.* 4) $-\frac{1}{3}$ 5) ± 1 6) *imposs.* 7) 1 8) -1 9) $\sqrt[3]{2}$ 10) $-\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$ 11) $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$
 12) 0, ± 1 13) $\pm \sqrt[6]{5}$ 14) 0 15) $-2/\sqrt[3]{5}$ 16) $\pm 1/2, \pm \sqrt{2}$ 17) $\pm \sqrt{3}$ 18) ± 3 19) $\pm \sqrt{3}$ 20) $\pm \sqrt[4]{2}, \pm 3\sqrt[4]{2}$
 21) 1, $-\sqrt[3]{3}$ 22) $\pm \sqrt{2}$ 23) *imposs.* 24) 0, $\pm 1/3, \pm \sqrt{3}$ 25) $\pm 1/2$ 26) 0, $-\sqrt[3]{7}, -\sqrt[3]{2}$ 27) $-\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{6}$
 28) $\pm \sqrt{3}$ 29) 0 30) -1, $\sqrt[5]{9}$ 31) $\pm(\sqrt{2}-1), \pm(\sqrt{2}+1)$ 32) $\pm \sqrt{\sqrt{3}-1}$ 33) Con $\frac{a \neq 0}{b \neq 0}: \pm \frac{1}{a}, \pm \frac{1}{b} \dots$
 34) $\pm(a+b), \pm(a-b)$ 35) $m \neq 1: \pm m, \pm(m-1)$ 36) Se $k > 0: \pm \sqrt{1/k}$. Se $k \leq 0: \text{nessuna sol. reale}$
 37) Se $a < -1 \vee a > 1: \pm \sqrt{a^2-1}$; se $a = -1 \vee a = 1: 0$; se $-1 < a < 1, a \neq 0: \text{nessuna sol. reale}$; se $a = 0: 0$
 38) Se $b \neq 0: \pm b, \pm 2$; se $b = 0: \pm 2$ 39) $\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{1}{5}$ 40) -2, $\frac{1 \pm \sqrt{61}}{6}$ 41) 1, 2, 3 42) -1 43) $-\frac{1}{3}, \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}$
 44) $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}$ 45) 1, 2 46) 0, -3, 6 47) $\pm \frac{1}{3}, -\sqrt[3]{5}$ 48) $-\frac{5}{3}$ 49) $\frac{3}{4}, \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}$
 50) 0, -2, $\frac{1}{3}$ 51) -1, $1 \pm \sqrt{2}$ 52) -1, $\pm \frac{1}{2}$ 53) 0, -1 54) 0, $\frac{5}{3}$ 55) $\pm 1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$
 56) 2, -1 57) $1 \pm \sqrt{7}, 1 \pm \sqrt{6}, 1 \pm \sqrt{2}, 0, 2$ 58) $\pm 1, \pm \sqrt{3}$ 59) $\pm 2\sqrt{3}, \pm \sqrt{10-\sqrt{15}}, \pm \sqrt{10+\sqrt{15}}$
 60) $1 \pm \sqrt{2}, -1 \pm \sqrt{2}$ 61) $\pm \sqrt{3}, \pm \sqrt{2+\sqrt{5}}$ 62) $\frac{3}{8}$ 63) $-\frac{1}{8}, \frac{3}{8}$ 64) -6, -3, -2, 1 65) $\pm \sqrt[6]{2}-1$ 66) -2, 4
 67) 0, $\pm \sqrt{2}$ 68) 6, 3, -2 69) -3, 3, $\frac{3}{2}$ 70) 0, -3, 2 71) 1, 0, -1 72) -1, $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

- Pagg. 77-78** 1) b), c), d) 2) a) No (per via degli esp.) b) Sì 4) Avrebbe soluz. di molt. 3 la $(x-10)^3 = 0$
 5) VFVVV 6) $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{3}$ 7) $x = \pm \frac{1}{3}$ 8) $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$ 9) $x = -\sqrt[10]{5}$ 10) $x = \pm \sqrt{1+\sqrt{2}}$ 11) $x = \sqrt[3]{1-\sqrt{2}} = -\sqrt[3]{\sqrt{2}-1}$
 12) *imp.* ($4-2\sqrt{5} < 0$) 13) $\pm 6|a|$ (*) 14) $\frac{7}{2}a^3$ 15) $\pm \frac{b^2}{\sqrt{|a|}}$ ($a \neq 0$) 16) $\pm \frac{\sqrt[3]{|a|}}{2}$ (*) 17) $\pm |a|\sqrt[4]{|a|}$ 18) $-a^2b\sqrt[3]{c}$
 19) $x = a\sqrt[6]{a}$ se $a \geq 0$; *imp.* in \mathbb{R} se $a < 0$ 20) $x = \pm |a|\sqrt[4]{b^3}$ (*) se $b \geq 0$; *imp.* in \mathbb{R} se $b < 0, a \neq 0$; 0 se $a = 0$
 (*) Qui compare il simbolo di valore assoluto anche se il \pm lo renderebbe, a ben guardare, non "obbligatorio"
 21) *generalmente imposs.* in \mathbb{R} ; $x = 0$ se almeno uno fra a, b, c vale 0 22) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ 23) $-\frac{1}{4}, \sqrt[3]{\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{2}$
 24) -10, 4 25) $\pm 2, \pm \sqrt{2\sqrt{2}} = \pm \sqrt[4]{8}$ 26) $\pm \sqrt[4]{2}$ 27) ± 2 28) $\pm \sqrt{\sqrt{2}+1}, \pm \sqrt{\sqrt{2}-1}$ 29) $\pm \sqrt[4]{2}$ 30) $\pm \sqrt{\sqrt{5}-2}$
 31) $\pm b, \pm \sqrt{b^2+2}$ (per via del doppio segno davanti, è indifferente scrivere $\pm b$ o $\pm |b|$) 32) $a, \sqrt[3]{4}$
 33) Se $-1 \leq m \leq 1: \pm m, \pm \sqrt{1-m^2}$, altrimenti $\pm m$ 34) Se $k \geq 0: \pm \sqrt{k}, \pm k$; se $k < 0: \pm k$ 35) $\sqrt[3]{k}, k$
 36) $3, \frac{1}{4}$ 37) -2, 5, $\frac{3 \pm \sqrt{29}}{2}$ 38) -996, -1002 ($x+997=y$) 39) -22, $-\frac{22}{3}$ 40) -441, $-\frac{1763}{4}$ 41) $\pm \sqrt{2}$
 42) $-\frac{1}{2}, -\frac{71}{144}$ 43) 6, -5 44) $\pm \sqrt{3}$ 45) 0, $\frac{2}{5}, \pm \frac{1}{2}$ 46) 0, $\pm \frac{3}{2}$ 47) $-\sqrt[3]{2}, -1, 2$ 48) $\pm \sqrt[4]{2}, -6, 5$
 49) La più semplice è $(x+3)(x+1)(x-1)(x-2) = 0$ 50) $x(2x-1)(3x-1)(4x-1) = 0$ 51) $x^2(x+1)^3 = 0$
 52) Basta moltiplicare e uguagliare a 0 due trinomi di 2° grado, uno con $\Delta < 0$ l'altro con $\Delta > 0$
 53) Ad esempio, $x^4(x^2+1) = 0$ 54) Dopo aver sostituito -3 al posto di $x: k = 3/13$
 55) $a = -5/2, b = 1/2$ 56) Per tutti 57) Potrebbe essere $x^8+1=0$, o $x^8+x^6+1=0$, o $(x^2+1)^4=0 \dots$
 58) Basta inventare un trinomio di 2° grado con $\Delta < 0$, e sostituire x^3 al posto di x
 59) Metodo più svelto: $(x^2-4)(x^2-16) = 0; x^2 = 4 \vee x^2 = 16; x = \pm 2 \vee x = \pm 4$
 60) $\pm 2, \pm 5$ 61) 0, $\pm 2, \pm 2\sqrt{2}$ 62) Dopo 2 ore 63) 1 64) 1
 65) All'atto della semplificazione, bisognava segnare la "soluzione trovata per strada" $x = 0$
 66) $x^6 = (\sqrt{3}-1)^2 \rightarrow x^3 = \pm(\sqrt{3}-1)$ 67) a) $\pm 2, 106$ b) -1,473; +1,456
 68) a) $\pm 1, \pm i$ b) $\pm 4, \pm 2i$ c) 10, $-5 \pm 5i\sqrt{3}$ d) $\pm \frac{1}{2}i$ e) $x^4+10x^2+25-4x^2=0 \dots \rightarrow 1 \pm 2i, -1 \pm 2i$
 69) a) $x = 2i, x = 5i$ b) $x = 1-i, x = 1+5i$ 70) a) $x = i/2, x = 1 \pm 3i$ b) $x = -2, x = -i, x = 1 \pm i\sqrt{3}$