♥ RIASSUNTO DELLA TEORIA

a) Se si elevano al quadrato, o comunque ad **ESPONENTE PARI**, ambo i membri di un'equazione, si perviene a una nuova equazione, che *conserva tutte le soluzioni dell'equazione di partenza*, ma *potrebbe anche ammettere soluzioni* estranee all'equazione di partenza, e quindi *non accettabili*. Occorrerà, perciò, alla fine, "**FARE LA VERIFICA**", ossia prendere ogni soluzione trovata e sostituirla nell'equazione iniziale per vedere se è accettabile o no (NOTA).

b) Invece se si elevano al cubo (o, più in generale, ad un **ESPONENTE DISPARI**) ambo i membri di un'equazione, si perviene sempre ad un'equazione equivalente a quella data. In questo caso, dunque, LA **VERIFICA** FINALE DI ACCETTABILITA' **NON E' NECESSARIA**.

NOTA - *E' possibile (ma noi in questo volume non ce ne occuperemo) impostare dei metodi, basati sulle disequazioni, che permettono di trovare le "condizioni a priori di accettabilità" e quindi di evitare la verifica finale per sostituzione.*

ESERCIZI SULLE EQUAZIONI IRRAZIONALI (clicca sulla freccia per la correzione)

1) $\sqrt{2x+3}-x=0$ 2) $\sqrt{12x-2}=6x-1$ 3) $2\sqrt{20+x}+x=4$ 4) $\sqrt{3x-5}+1=x$

5) $\sqrt{5x-1}+2x=1$ 6) $2\sqrt{x+3}=x$ 7) $2\sqrt{x}+3=x$ 8) $4\sqrt{5x-4,76}=3,2$

9) $\dfrac{2\sqrt{3-x}+1}{x}=3$ ⇨ 10) $2\left(2\sqrt{x-1}+1\right)=x$ ⇨ 11) $\dfrac{x+3}{2}=\sqrt{x(x+1)-3}$ 12) $\sqrt[3]{x^3-4}+2=x$ ⇨

13) $\sqrt[3]{3x-5}=x-1$ 14) $\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}-\sqrt{2x}=0$ 15) $\sqrt{x+6}+\sqrt{x+1}-5=0$ 16) $\sqrt{1-3x}-\sqrt{3-x}=4$

17) $\sqrt{x}-\dfrac{\sqrt{x-5}}{2}=2$ 18) $\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}=\sqrt{x}$ ⇨ 19) $2\sqrt{\dfrac{x}{2}+2}+\sqrt{x-3}=5$ 20) $\sqrt{\dfrac{x+9}{2}+1}=\sqrt{8-x}$

21) $\sqrt{x+3}-3\sqrt{x}+5=0$ 22) $2\sqrt{x-5}-\sqrt{x-8}-\sqrt{x}=0$ 23) $2\sqrt{7+x}-\sqrt{2-x}=6$

24) $\sqrt{x+8}-\sqrt{x+3}-\sqrt{x}+\sqrt{x-1}=0$ 25) $\sqrt{x-1}+\sqrt{x}-\sqrt{x-2}=\sqrt{x+3}$ 26) $1+3\sqrt{x^2+1}=2\sqrt{3x^2+1}$ ⇨

27) $2\sqrt[3]{x}=x$ 28) $\sqrt[5]{2x-3}=2$ 29) $\sqrt[6]{-x}=\sqrt{-x}$

30) $\sqrt[3]{x^4+6x^2}=3$ ⇨ 31) $\sqrt[3]{x^4-1}=2$ 32) $\sqrt[4]{x}-\sqrt{2x-1}=0$ ⇨

33) $\sqrt[6]{x}=10-\sqrt{x}$ Poni $\sqrt[6]{x}=t$ da cui $\sqrt{x}=\ldots$ ⇨ 34) $\sqrt[8]{x}+\sqrt{x}=2\sqrt[4]{x}$ ⇨

35) Da cosa si riconosce immediatamente che l'equazione $\sqrt[4]{\dfrac{x-1}{3}}+\sqrt{\dfrac{x+1}{2}}+1=0$ è impossibile?

36) Risolvi l'equazione $x-6\sqrt{x}-135=0$ ponendo $\sqrt{x}=y$

37) Risolvi $x^2-22=\sqrt{x^2-16}$ con la posizione $\sqrt{x^2-16}=y$

38) Risolvi $1,2345x-3,4567\sqrt{x}+2,3456=0$
I) ponendo dapprima $\sqrt{x}=y$ II) determinando i valori di y con l'aiuto di un foglio elettronico
III) e servendoti sempre del foglio elettronico per risalire ai valori di x, da arrotondare a 4 cifre decimali

Problemi geometrici con equazione risolvente irrazionale si trovano alle pagine 254-255 e 257

39) Risolvi $\sqrt{x+10,2}=x-1,8$ ponendo $x+0,2=y$

40) $x+\sqrt{1-x^2}=5^{-1}$ 41) $x=3\left(\sqrt{x+1}-1\right)$ 42) $\sqrt{3^{-1}(x-1)(x+1)+3}=x$

43) $2\left(x^2-x-2\right)^{\frac{1}{2}}=x^2-x-2$ 44) $\sqrt{\dfrac{x-4}{x+3}}=2+3\sqrt{\dfrac{x+3}{x-4}}$ 45) $\dfrac{1}{8}\sqrt{\dfrac{x}{2x-1}}=\dfrac{2x-1}{x}$

46) $\sqrt{\dfrac{x-13}{x-7}}+\sqrt{\dfrac{x-13}{x-7}+12}=\sqrt{\dfrac{x-13}{x-7}+32}$ 47) $\sqrt{\dfrac{x-\sqrt{x}}{2}}=\dfrac{x-\sqrt{x}}{2}$ 48) $\sqrt{x(x-2)}=\dfrac{2^2-\left(2+2^{-1}x\right)+1}{\sqrt{2}}$

49) $\sqrt[3]{3+(x-1)^{\frac{1}{2}}+6(x-1)^{-\frac{1}{2}}}=2$ 50) $\sqrt[4]{1+\sqrt[3]{1+\sqrt{1+x}}}=2$ 51) $\sqrt[3]{1-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x-1}}}=2$

52) $\sqrt[4]{2x-2\sqrt[3]{x-2}}=\sqrt{2}$ 53) $2\left(\sqrt{2-x^2}-1\right)=x+1$ 54) $\sqrt{0,5x+0,75}=0,25x+0,75$

55) $\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{5\sqrt{x}+1}{x-1}$ ⇨ 56) $x+2\sqrt{\dfrac{x}{x+3}}=0$ 57) $\sqrt{2-\sqrt{x-1}}=\sqrt{x-1}-\sqrt{2+\sqrt{x-1}}$

58) $\sqrt{\dfrac{2x+1}{4x-1}}=\dfrac{1}{x}$ 59) $\sqrt{\dfrac{x}{2}-1}+\sqrt{\dfrac{x}{2}+3}=2$ 60) $\sqrt{\dfrac{x}{x+2}}+\sqrt{\dfrac{x+2}{x}}=\dfrac{10}{3}$

61) $\sqrt{\frac{1-x}{2}}+\sqrt{\frac{2-x}{3}}=\sqrt{\frac{5(4-x)-1}{6}}$ 62) $\sqrt{\frac{x+5}{x}}+\frac{x+14}{x}=3$ 63) $16\cdot\left(1,25\sqrt{x+1}+\frac{0,75}{\sqrt{x+1}}\right)=31$

64) $\frac{2}{3-\sqrt{x}}+\frac{1}{9-x}=2+\frac{1}{3+\sqrt{x}}$ 65) $\sqrt[4]{3-2\sqrt{x^2-3}}=\sqrt{\frac{x}{2}}$ 66) $\left(\frac{\sqrt[3]{x+3}+\sqrt[3]{x+22}}{\sqrt[3]{x+3}-\sqrt[3]{x+22}}\right)^2=25$

67) $\sqrt{x^2+2x}+\sqrt[4]{x^2+6x+8}+\sqrt[8]{x^2+x-2}+\sqrt[10]{x^3+6x^2+12x+8}=0$ 68) $\left(\sqrt{x}-x+6\right)\left(\sqrt{x}-2x+1\right)=0$

69) Da www.classzone.com:
Marcy began solving $x^{2/3}=5$ by cubing each side.
What will she have to do next? What could she have done to solve the equation in just one step?

70) In un rettangolo l'altezza è di 20 cm, e misura 2 metri la somma della base con la diagonale.
Determina il perimetro del rettangolo.

71) Determina un intero sapendo che sommandogli 20 e sottraendogli 20 si ottengono due numeri, le cui radici quadrate differiscono di 4 unità.

72) Determina due numeri sapendo che sommandoli si ottiene 80, e sommandone le radici quadrate si ottiene invece 12.

Le seguenti tre equazioni sono un po' "particolari": per risolverle, occorre a un certo punto effettuare un raccoglimento a fattor comune e … sfruttare nuovamente l'uguaglianza iniziale!

73) $\sqrt[3]{6+x}+\sqrt[3]{3-x}=3$ ⇨ 74) $\sqrt[3]{x+7}-\sqrt[3]{x-12}=1$ 75) $\frac{\sqrt[3]{9+x}+\sqrt[3]{9-x}}{3}=\sqrt[3]{2}$

SOLUZIONI (le eventuali soluzioni non accettabili sono fra parentesi quadre)

1) $3\ [-1]$ 2) $\frac{1}{6};\ \frac{1}{2}$ 3) $-4\ [16]$ 4) $2;\ 3$ 5) $\frac{1}{4}\ [2]$ 6) $6\ [-2]$ 7) $9\ [1]$ 8) $1,08$ 9) $\frac{11}{9}\ [-1]$

10) $10+4\sqrt{5}\ \left[10-4\sqrt{5}\right]$ 11) $-\frac{7}{3};\ 3$ 12) $\frac{3-\sqrt{3}}{3};\ \frac{3+\sqrt{3}}{3}$ 13) $-1;\ 2$ 14) $1\ [-1]$ 15) 3

16) $-33\ [-1]$ 17) $\frac{49}{9};\ 9$ 18) impossibile 19) $4\ [124]$ 20) $-1\left[\frac{47}{9}\right]$ 21) $\frac{121}{16}\ [1]$ 22) 9

23) $2\ [-94/25]$ 24) 1 25) $49/24$ 26) $-2\sqrt{2};\ 2\sqrt{2}\ [0]$ 27) $0;\ -2\sqrt{2};\ 2\sqrt{2}$ 28) $35/2$

29) $-1;\ 0\ [1]$ 30) $-\sqrt{3};\ \sqrt{3}$ 31) $-\sqrt{3};\ \sqrt{3}$ 32) $1\ [1/4]$ 33) 64 34) $0;\ 1;\ \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^8$

35) Un radicale con indice pari non può assumere valore negativo quindi la somma a 1° m. non potrà …

36) 225 37) ± 5 38) $1,3339;\ 2,7065$ 39) $5,8$ 40) $-3/5\ \left[4/5\right]$ 41) $0;\ 3$ 42) $7\ [2]$ 43) $-2,\ -1,\ 2,\ 3$

44) $-\frac{31}{8}$ 45) $\frac{4}{7}$ 46) 5 47) $0;\ 1;\ 4$ 48) $-2;\ \frac{18}{7}$ 49) $5;\ 10$ 50) 11383875 51) $\frac{342}{343}$ 52) $1;\ 2;\ 3$

53) $-1;\ -\frac{1}{5}$ 54) $-1;\ 3$ 55) $\frac{1}{4}\ [1]$ 56) $0;\ -4\ [1]$ 57) $5\ [1]$ 58) $1;\ \frac{-3+\sqrt{17}}{4}\ \left[\frac{-3-\sqrt{17}}{4}\right]$ 59) 2 60) $\frac{1}{4};\ -\frac{9}{4}$

61) $-1\ [4]$ 62) $\frac{49}{3}\ [4]$ 63) $-\frac{9}{25};\ -\frac{7}{16}$ 64) $4\ \left[\frac{49}{4}\right]$ 65) $2\ \left[-2;\ \pm 2\sqrt{21}\right]$ 66) $5;\ -30\ \ (y^2=25 \Leftrightarrow y=\pm 5)$

67) -2 (una somma di quantità non negative può annullarsi solo se si annulla ciascuna delle quantità …
e tutti i radicali presenti si annullano per uno stesso valore di x, che è -2)

68) $9;\ 1\ [4;\ 1/4]$ ($a\cdot b=0 \Leftrightarrow a=0 \vee b=0$ quindi l'equazione equivale a $\sqrt{x}-x+6=0 \vee \sqrt{x}-2x+1=0$)

69) $x^{2/3}=5;\ \left(x^{2/3}\right)^3=5^3;\ x^2=125;\ x=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$
(quando l'esponente è frazionario si intende che la base non possa essere negativa!);
oppure: $x^{2/3}=5;\ \left(x^{2/3}\right)^{3/2}=5^{3/2};\ x=\sqrt{5^3}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$

70) 238 cm 71) 29 72) 16 e 64 73) $-5;\ 2$: vedi (*) qui sotto 74) $20;\ -15$ 75) ± 7

(*) $\left(\sqrt[3]{6+x}+\sqrt[3]{3-x}\right)^3=3^3$

$$6+x+3\sqrt[3]{(6+x)^2}\cdot\sqrt[3]{3-x}+3\sqrt[3]{6+x}\cdot\sqrt[3]{(3-x)^2}+3-x=27 \quad 9+3\sqrt[3]{(6+x)(3-x)}\underbrace{\left(\sqrt[3]{6+x}+\sqrt[3]{3-x}\right)}_{=3}=27 \ \ \dots$$