

## 9. RISOLUZIONE GRAFICA DI UN'EQUAZIONE

Per risolvere graficamente un'equazione  $f(x) = g(x)$

si rappresentano, in uno stesso riferimento cartesiano, le due funzioni  $y = f(x)$ ;  $y = g(x)$  e si vanno a ricercare quei valori di  $x$  per i quali la  $y$  corrispondente è la medesima.

In altre parole,

♥ si vanno a individuare i punti di intersezione fra le due curve  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ , e si prendono le ASCISSE di questi punti.

Tali ascisse sono le soluzioni dell'equazione data.

Di norma, la risoluzione grafica consente di determinare le soluzioni soltanto **in modo approssimato**.

$$\frac{10}{1+x^2} = -\frac{1}{10}x^3$$

La curva "a campana" è il grafico della funzione

$$y = \frac{10}{1+x^2}$$

mentre l'altra curva, quella "a serpentina", è il grafico della funzione

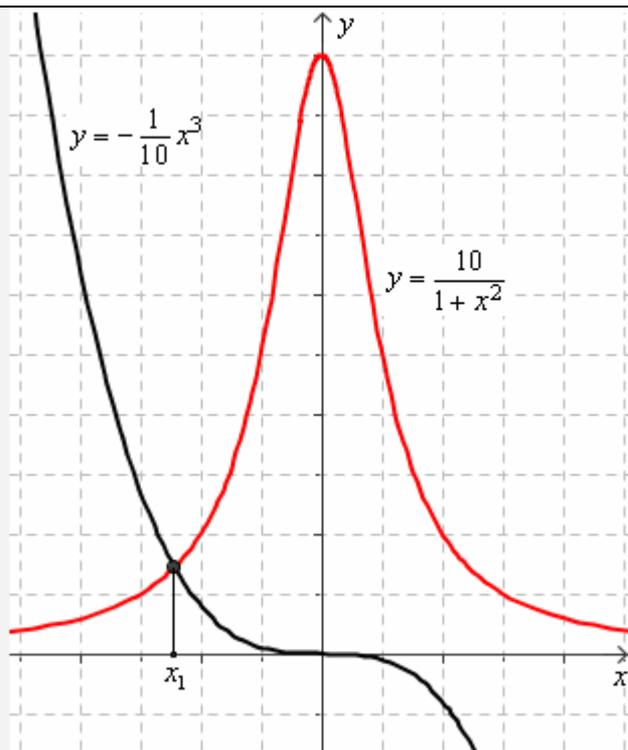
$$y = -\frac{1}{10}x^3.$$

La rappresentazione grafica mostra che l'equazione ha una e una sola soluzione:

$$-3 < x_1 < -2$$

Un grafico più preciso, tracciato magari su carta millimetrata, porterebbe a stabilire, più precisamente, che

$$-2,5 < x_1 < -2,4$$



$x$	1° membro $y$	2° membro $y$
-6	0,27	21,6
-5	0,38	12,5
-4	0,59	6,4
-3	1,00	2,7
-2	2,00	0,8
-1	5,00	0,1
0	10,00	0
1	5,00	0,1
2	2,00	0,8
3	1,00	2,7
4	0,59	6,4
5	0,38	12,5
6	0,27	21,6

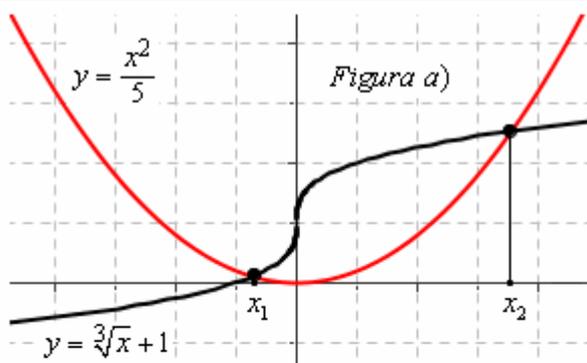


Figura a):

$$\frac{x^2}{5} = \sqrt[3]{x} + 1$$

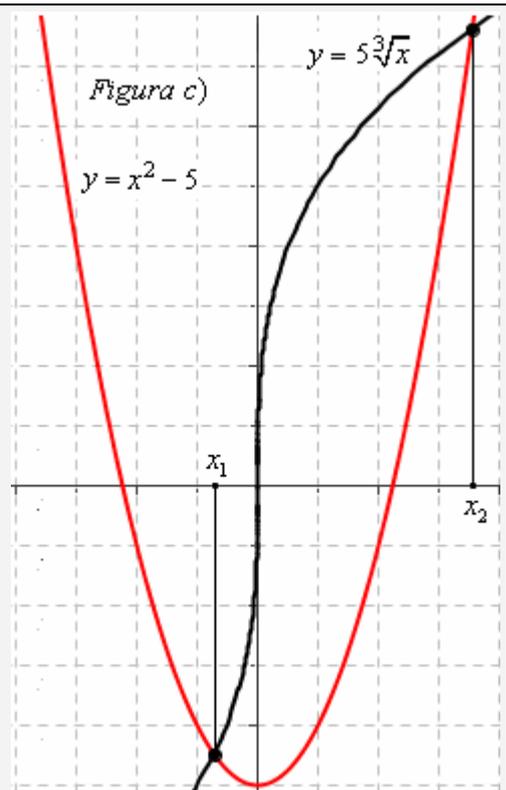
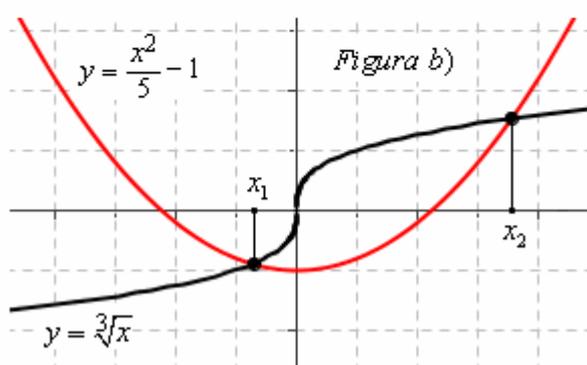
Figura b):

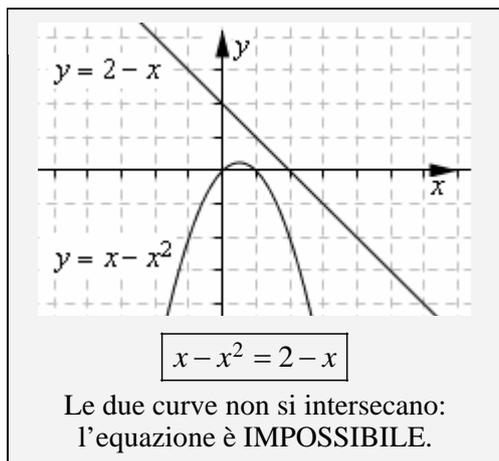
$$\frac{x^2}{5} - 1 = \sqrt[3]{x}$$

Figura c):

$$x^2 - 5 = 5\sqrt[3]{x}$$

Queste tre equazioni sono equivalenti: ciascuna ha le due soluzioni  $-1 < x_1 < 0$  e  $3 < x_2 < 4$





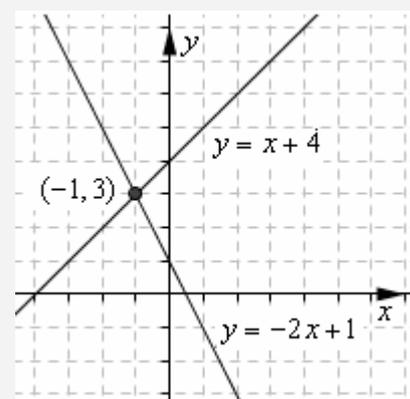
Questa figura risolve il SISTEMA IN DUE INCOGNITE

$$\begin{cases} x - y = -4 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

Lo si scrive nella forma

$$\begin{cases} y = x + 4 \\ y = -2x + 1 \end{cases}$$

e si tracciano i grafici delle due rette. La soluzione del sistema è la coppia  $(x, y)$  delle coordinate del punto di intersezione.



## ESERCIZI

- 1) Risolvi graficamente l'equazione  $\sqrt{x} = (x-2)^2$  tracciando sullo stesso riferimento cartesiano i grafici delle due funzioni  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = (x-2)^2$   
 Assegna alla variabile indipendente i seguenti valori:  
 0 0,5 1 1,5 2 2,5 3 3,5 4  
 In tal modo, determinerai le soluzioni "a meno di 0,5", cioè:  
 con un errore di approssimazione inferiore a 0,5.

- 2) Risolvi graficamente le seguenti equazioni, approssimando le soluzioni a meno di 0,5:

a)  $x^2 - x = x + 2$     b)  $x^2 = 2x + 2$     c)  $x^2 - 2x - 2 = 0$  (NOTA)

Risolvi poi algebricamente le equazioni date

(che, come avrai notato, sono tutte equivalenti fra loro, quindi si riducono a una sola) e verifica che le soluzioni determinate esattamente con la risoluzione algebrica coincidono con quelle localizzate approssimativamente con la risoluzione grafica.

NOTA. Qui il 2° membro è 0, quindi la funzione corrispondente è la funzione costante  $y = 0$ , il cui grafico coincide con l'asse delle ascisse

- 3) Risolvi graficamente le seguenti equazioni, approssimando le soluzioni a meno di un'unità:

a)  $x^3 = x^2 + 1$     b)  $\frac{1}{x} = 4 - x$     c)  $1 - x^2 = \frac{4}{x}$     d)  $x^3 = x^2 + 2x$     e)  $-\frac{2}{x} = \sqrt{x} - 3$     f)  $|x| = 2x + 3$

g)  $|x| = \frac{1}{2}x + 4$     h)  $\sqrt{x} = |x| - 1$     i)  $x^4 = 5 - 2x$     l)  $\frac{4}{x^2 + 1} = 1$     m)  $\frac{1}{5}x + 1 = \sqrt{x}$     n)  $2\sqrt{x} = 4x - x^2$

- 4) Risolvi graficamente le seguenti equazioni.

Confronta poi l'esito della risoluzione grafica, con la risoluzione algebrica.

a)  $-\frac{1}{x} = 2x + 3$     b)  $x^3 = 2x + 1$     c)  $x^4 = x^2$     d)  $x^2 = (x+1)^2$

e)  $2x + 1 = 10 - x$     f)  $2x + 1 = 2x + 3$     g)  $\sqrt{x} = x$     h)  $\sqrt[3]{x} = x$

i)  $\frac{6}{x-1} = -x$     j)  $2\sqrt{x} = x - 1$     k)  $\sqrt{x+2} = x$     l)  $\sqrt{x+2} = \frac{1}{x}$

- 5) Risolvi i seguenti sistemi di 1° grado in 2 incognite, isolando  $y$  in ciascuna equazione, disegnando le due rette su di uno stesso piano cartesiano, e individuando le coordinate del loro punto di intersezione.

a)  $\begin{cases} x + y = 3 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$     b)  $\begin{cases} x - y = 0 \\ 4x + 2y = 3 \end{cases}$     c)  $\begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ y = x + 2 \end{cases}$     d)  $\begin{cases} y = 1 - x \\ y = 3 - x \end{cases}$     e)  $\begin{cases} y = x \\ x + y = 0 \end{cases}$

## RISPOSTE

- 1)  $x_1 = 1$ ;  $3 < x_2 < 3,5$     2) Graf.:  $-1 < x_1 < -0,5$ ;  $2,5 < x_2 < 3$ . Alg.:  $x_1 = 1 - \sqrt{3} \approx -0,732$ ;  $x_2 = 1 + \sqrt{3} \approx 2,732$

- 3) a) 1 soluzione:  $1 < x < 2$     b)  $0 < x_1 < 1$ ,  $3 < x_2 < 4$     c)  $-2 < x < -1$     d)  $-1, 0, 2$

- e)  $x_1 = 1$ ,  $7 < x_2 < 8$     f)  $x = -1$     g)  $-3 < x_1 < -2$ ,  $x_2 = 8$     h)  $2 < x < 3$     i)  $-2 < x_1 < -1$ ,  $1 < x_2 < 2$

- l)  $-2 < x_1 < -1$ ,  $1 < x_2 < 2$     m)  $1 < x_1 < 2$ ,  $13 < x_2 < 14$     n)  $x_1 = 0$ ,  $0 < x_2 < 1$ ,  $2 < x_3 < 3$

- 4, 5) Vedi risoluzione algebrica. Per 4l):  $x^3 - 4x^2 + 4x - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1) - 4x(x-1) = (x-1)(x^2 - 3x + 1)$