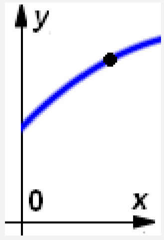
Matematica e Problemi della Realtà	FUNZIONI QUADRATICHE E PROBLEMI REALI

DETERMINARE L'EQUAZIONE DI UNA PARABOLA NOTE CERTE CONDIZIONI



Un atleta si cimenta nel **getto del peso**. Immaginiamo che, al momento del lancio, poggi i piedi sull'origine di un sistema di riferimento cartesiano, e che la sfera si stacchi dalla mano all'altezza di metri 1,5 dal suolo per raggiungere poi la sua altezza massima nel punto $(5;\,4)$.
Si domanda

a) che equazione avrà la curva descritta dalla sfera in movimento
b) e a che distanza dall'origine il peso toccherà terra.

a) Dunque: è noto che un "proiettile" (= un corpo lanciato) descrive una traiettoria parabolica.
La curva richiesta avrà perciò equazione della forma $y = ax^2 + bx + c$,
dove dobbiamo determinare i tre parametri a, b, c quindi ci servono 3 condizioni.
Due di queste condizioni saranno il passaggio per il punto $(0;\,1{,}5)$ e quello per il punto $(5;\,4)$
e la condizione rimanente potrà essere quella sull'ascissa del vertice: $-\dfrac{b}{2a} = 5$.

Allora avremo: $\begin{cases} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 1{,}5 \\ a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 4 \\ -\dfrac{b}{2a} = 5 \end{cases}$

Risolvi il sistema: troverai che l'equazione della curva in questione è $y = -0{,}1x^2 + x + 1{,}5$.

b) Rispondere al quesito b) è semplice: si tratta di stabilire qual è il valore di x per cui la y vale 0.

$$0 = -0{,}1x^2 + x + 1{,}5$$
$$0{,}1x^2 - x - 1{,}5 = 0; \quad x^2 - 10x - 15 = 0; \quad x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{25+15} = 5 \pm \sqrt{40} \approx 5 \pm 6{,}3$$

e la soluzione che ci interessa è quella positiva: $\approx 11{,}3$. Il peso tocca terra a 11,3 metri circa dall'origine.

MASSIMO E MINIMO DI UNA QUANTITA' VARIABILE

Una **compagnia aerea** cerca di rendere appetibile una destinazione poco frequentata: le Boring Islands.

L'obiettivo è di invogliare qualche grossa comitiva a scegliere quella località per un viaggio collettivo.

In quest'ottica, si ipotizza di offrire **uno sconto, per ogni partecipante, che sia calcolato in proporzione al numero dei partecipanti stessi.**

Il biglietto andata e ritorno a prezzo intero costerebbe 600 dollari a turista; bene, si può pensare di accordare a ciascuna persona un abbuono ottenibile moltiplicando la cifra fissa di 5 dollari per il numero totale dei viaggiatori.

Uno dei responsabili della compagnia, però, fa subito notare che **oltre una determinata quantità di adesioni, i ricavi in questo modo finirebbero per diminuire**; tant'è vero che **al di là di un certo numero ottimale di iscritti, non sarebbe più conveniente accettarne altri.**

Qual è questo numero ottimale? E qual è il ricavo massimo ottenibile con questo piano di sconti?

Riflettiamo.

Se $\begin{array}{l} \textit{prezzo ordinario per ogni persona} = 600 \textit{ dollari} \\ \textit{sconto per ogni persona} = 5 \textit{ dollari moltiplicato il numero di persone nel gruppo} \end{array}$

allora si avrà
$\textit{ricavo per } x \textit{ persone} = x(600 - 5x) = -5x^2 + 600x$

Si tratta ora di stabilire per quale valore di x questa quantità $-5x^2 + 600x$ va a toccare il suo massimo.

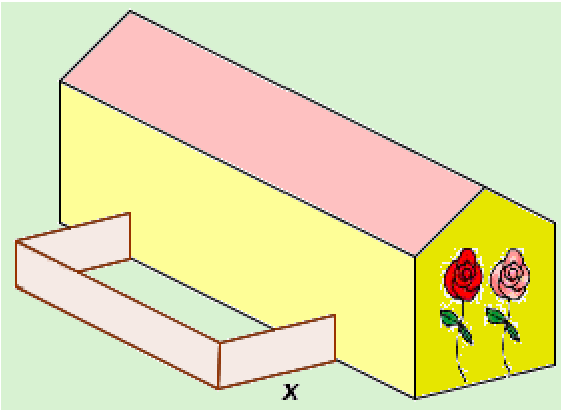
Ora, la curva di equazione $y = -5x^2 + 600x$ è una parabola
che, per via del coefficiente di x^2 negativo, ha la concavità rivolta verso il basso: $\cap$.

Il punto in cui si raggiunge la y più alta è dunque il vertice, e tale vertice ha ascissa $x_V = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{600}{-10} = 60$.

Il numero ottimale di iscritti, in relazione a questa offerta, è perciò 60.
Superare questo numero di iscrizioni sarebbe controproducente, perché il ricavo si ridurrebbe.

Con 60 iscritti, la compagnia andrebbe a incassare dollari $\left[-5x^2 + 600x\right]_{x=60} = 18000$

ESERCIZI (risposte a pag. 113)



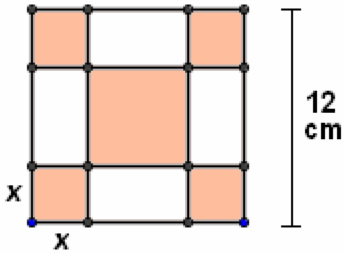
1) Le galline di Bastiano sono libere di razzolare beate nel grande prato per tutto il giorno, ma di notte è bene che non escano da un recinto rettangolare, delimitato su tre lati da una rete lunga complessivamente 16 metri, e sul lato restante dalla parete della cascina.
   Quanto dovrebbe misurare il lato x perpendicolare al muro (vedi figura), se si desidera che la superficie a disposizione delle galline sia la più ampia possibile?
   E di quanti m^2 sarebbe questa superficie massima?

2) Il bagnino Arturo, in Riviera, dà in noleggio i suoi pedalò a 8 € all'ora. E mediamente ogni giorno riesce a impegnare le imbarcazioni per complessive 10 ore, incassando da questa attività 80 euro: non male! Riflettendo se sia il caso di aumentare i prezzi, si fa l'idea che pressappoco, qualora decidesse di ritoccare al rialzo la tariffa oraria, ad ogni aumento di 50 centesimi le ore richieste diminuirebbero, rispetto alla situazione attuale, del 10%. Cerca allora di stabilire, sotto questa ipotesi, quale incremento potrebbe apportare alla tariffa per riuscire a massimizzare i suoi guadagni, e a tale scopo sottopone il problema alla figlia Marina, che frequenta, con ottimo profitto in matematica, la classe seconda liceo scientifico. Tuttavia, quando Marina gli presenta i suoi calcoli, Arturo resta "spiazzato" dalle deduzioni della figliola. Come mai?

3) *Quali sono quei due numeri, la cui somma è uguale a 100, e il cui prodotto è massimo?*

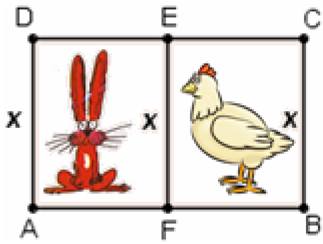
4) *Dimostra che fra tutte le coppie di numeri che danno per somma un numero positivo fissato, quella che realizza il prodotto massimo ha i due elementi uguali fra loro, quindi uguali alla metà del numero dato.*

5) *Fra tutte le coppie di interi relativi* x, y*, che differiscono di 1000 unità, sapresti determinare quella per la quale il prodotto* $x \cdot y$ *è minimo?*



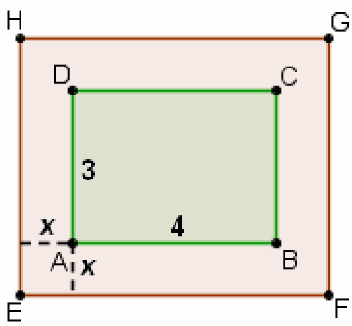
6) *Il quadrato più grande nella figura qui a fianco ha il lato di 12 cm.* →
   Per quale valore di x la superficie ombreggiata è minima?

7) Bertoldo dispone di una rete lunga 20 m e sta pensando di servirsene per delimitare una coppia di territori rettangolari affiancati (vedi figura): → in uno di questi ci metterà poi i conigli, in quello a fianco le galline. Ora, è razionale determinare la lunghezza indicata con x in maniera tale che la superficie disponibile per gli animali sia massima! Ti andrebbe di aiutarlo a risolvere il problema?

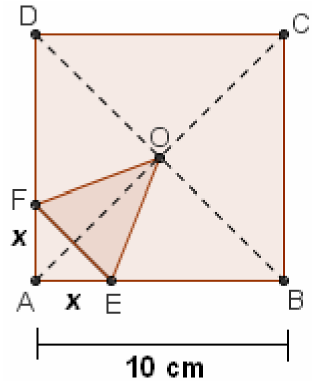


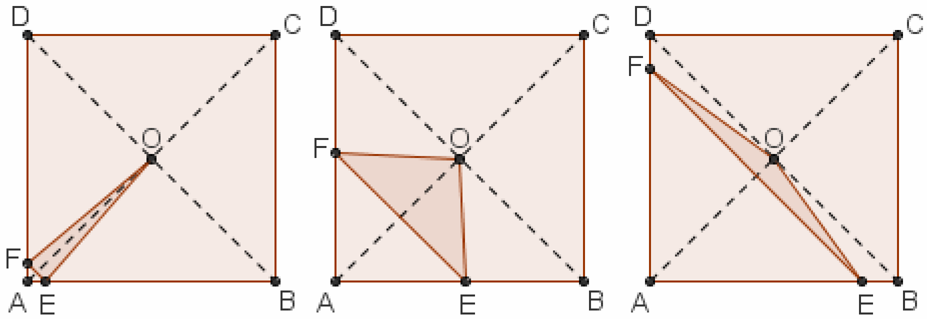
7') Se invece Bertoldo decidesse di tenere sia i conigli che le galline in un unico recinto rettangolare, senza la suddivisione intermedia, quali misure dovrebbe scegliere per le dimensioni del rettangolo col contorno di 20 metri, sempre per massimizzarne l'area?
   In generale, fra tutti i rettangoli di perimetro $2p$ assegnato, qual è quello caratterizzato da area massima?

8) Intorno a una aiuola di un grande giardino, delle dimensioni di 3 m per 4, si costruisce uno spazio per passeggiare, che verrà lastricato con mattonelle quadrate (non spezzabili) di 25 cm di lato.
   a) Esprimi l'area M della superficie da ricoprire con le mattonelle, in funzione di x (x è una misura in metri)
   b) Traccia, col software GEOGEBRA, la curva corrispondente $y = M(x)$
   c) Risolvi, prima graficamente poi algebricamente, l'equazione che porta a stabilire quale valore di x occorre scegliere se si hanno a disposizione 220 mattonelle di lato 25 cm e dì, in definitiva, se, dovendo realizzare la passeggiata con quella provvista di mattonelle, sceglieresti x di metri 0,75 oppure 1,00.

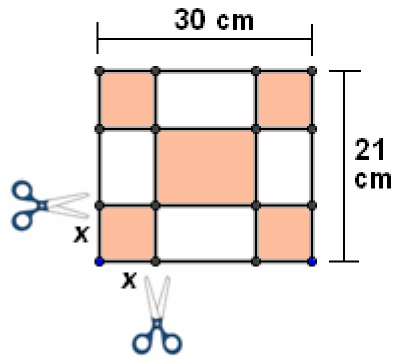


9) *La figura qui a destra mostra un quadrato ABCD di lato 10 cm con le sue diagonali AC e BD che si intersecano in O. Sui lati AB e AD sono stati presi due segmenti uguali fra loro* $AE = AF = x$ *ed è stato poi disegnato il triangolo EFO. Ora, come mostra il "cartone animato" sottostante, se x cresce a partire da* 0 *l'area di questo triangolo fino a un certo punto aumenta, dopodiché comincia a diminuire. Essa toccherà quindi un valore massimo … Quanto varrà mai quest'area massima di EFO?*



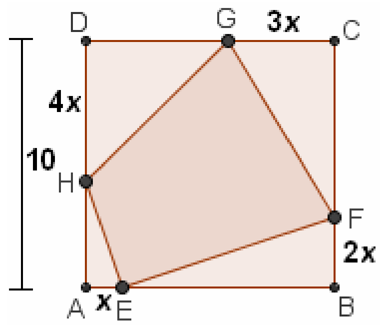


10) Simonetta, a partire da un rettangolo di cartoncino delle dimensioni di 30 cm e 21 cm, paragonabili quindi a quelle di un foglio A4, ritaglia, agli angoli, quattro quadrati fra loro uguali (vedi figura) → e ripiega poi il cartoncino in modo da formare una scatoletta, che desidera all'esterno decorare inaugurando i colori a olio ricevuti in regalo per il compleanno. Si domanda perciò quanto dovrebbe misurare il lato x di ogni quadrato affinché la superficie esterna di questa scatola, tolta la base che non verrà pitturata, sia la massima possibile. Vuoi essere così gentile da aiutarla? E di stabilire anche il valore di questa superficie massima?



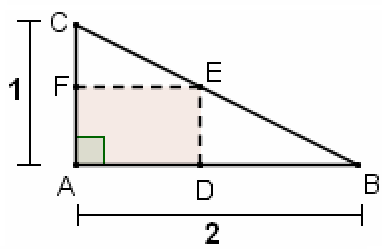
10') Stesso es. precedente, desiderando però massimizzare il *volume* anziché la superficie della scatola. L'espressione contenente x corrispondente al volume non sarà più di 2° grado ma di 3°, per cui è richiesto di *approssimare all'intero*, anziché calcolare esattamente, il valore di x per il quale il volume della scatola è massimo, facendo calcolare ad un foglio elettronico i valori di $V = V(x)$ per $x = 1,\ x = 2,\ \ldots,\ x = 10$.
Quanto vale, pressappoco, in cm^2 e in m^2, questo volume massimo?

11) *Sui lati AB, BC, CD, DA di un quadrato ABCD di lato 10 cm si prendono quattro segmenti AE, BF, CG, DH tali che* $AE = x,\ BF = 2x,\ CG = 3x,\ DH = 4x$ *(figura a fianco)* → *Per quale valore di x l'area del quadrilatero EFGH sarà a) minima? b) massima?*

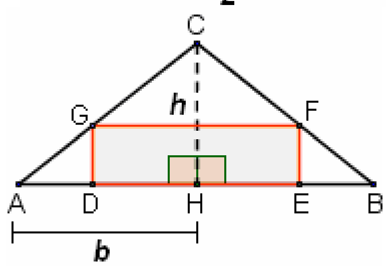


12) *(Richiede le similitudini fra triangoli) Fra tutti i rettangoli inscritti in un triangolo rettangolo i cui cateti misurano 1 e 2, e con un vertice sovrapposto al vertice dell'angolo retto (vedi figura)* →
a) qual è quello di area massima?
b) qual è quello la cui diagonale è minima?

NOTA - Riguardo al quesito b), per il quale comunque c'è più di un possibile approccio, può essere utile tener presente che un segmento è minimo quando è minimo il suo quadrato …



13) *(Richiede le similitudini fra triangoli) In un triangolo isoscele di base 2b e altezza h si inscrive un rettangolo (vedi figura)* → *Dimostra che, affinché l'area del rettangolo risulti massima, quel rettangolo deve avere il lato sovrapposto alla base del triangolo isoscele, uguale a metà della base stessa.*



14) Da www.beaconlearningcenter.com

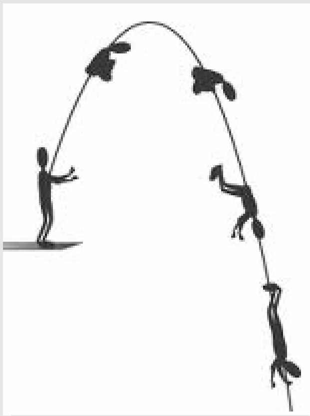
An auditorium has seats for 1200 people.
For the past several days, the auditorium has been filled to capacity for each show.
Tickets currently cost $5.00 and the owner wants to increase the ticket prices.
He estimates that for each $0.50 increase in price, 100 fewer people will attend.
What ticket price will maximize the profit?

15) Da www.beaconlearningcenter.com

A grocer sells 50 loaves of bread a day. The cost is $0.65 a loaf. The grocer estimates that for each $0.05 price increase, 2 fewer loaves of bread will be sold. What cost will maximize the profit?

16) Un'impresa di trasporti deve inviare il suo preventivo a un club milanese di appassionati di matematica, per un congresso scientifico a Roma. Il club ha comunicato che si prevedono non più di 50 viaggiatori: l'agenzia pensa dunque di impegnare un autobus da 50 posti, proponendo la sua offerta in un modo che possa risultare simpaticamente allettante per quel tipo particolare di clientela. Si decide per un costo-base di 20 € a persona, diminuito però di uno sconto, per ogni viaggiatore, calcolato in proporzione al numero di viaggiatori. Insomma, lo sconto da accordare a ogni partecipante sarà ottenuto moltiplicando una piccola cifra fissa s per il numero x dei partecipanti. Ora, in questo modo, come si è visto da esercizi precedenti, l'incasso sarebbe destinato a diminuire (anziché aumentare) se si oltrepassa un certo numero di adesioni; ma il responsabile commerciale della ditta, anch'egli appassionato di matematica, ha scelto s in modo che l'incasso totale, relativo a quella scelta di s, venga proprio a massimizzarsi con $x = 50$.
Qual è il valore di s? E quanto sarebbe in definitiva il costo individuale, in caso di autobus pieno?

MOTI SOTTO L'EFFETTO DELLA GRAVITA'



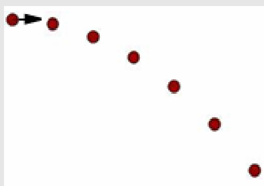
17) Quando si lancia un corpo verso l'alto da un "livello zero", la Fisica insegna che la sua altezza h dopo t secondi dal lancio è data da $\boxed{h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2}$,
dove v_0 è la velocità iniziale in metri al secondo,
mentre g è l'accelerazione di gravità sulla superficie terrestre,
che vale circa 9,8 metri al secondo per secondo.
La formula può quindi essere riscritta come $\boxed{h \approx v_0 t - 4{,}9 t^2}$.
Trascurando gli effetti della resistenza dell'aria,

a) a che altezza si troverà, dopo 1 s dallo sparo, una pallottola che esce verticalmente dalla bocca di un fucile alla velocità iniziale di 300 m/s?

b) Quale altezza massima raggiungerà?

c) E dopo quanto tempo la pallottola ritornerà alla stessa altezza da cui era stata fatta partire?

18) Supponiamo di trovarci ad una data altezza h dal suolo,
ad esempio sulla terrazza alla sommità di un edificio alto h metri,
e di lanciare un oggetto in direzione *orizzontale*.
Allora, come è noto dalla Fisica, il nostro proiettile descriverà
(se non si tiene conto, per semplicità, della resistenza dell'aria)
una traiettoria risultante dalla sovrapposizione di due moti:



- uno orizzontale uniforme (= a velocità costante) $\boxed{x = v_0 t}$
- l'altro verticale uniformemente accelerato, secondo la legge $\boxed{y = h - \frac{1}{2} g t^2}$

Quale sarà la traiettoria del moto?
Già sappiamo trattarsi di una parabola, ma quale sarà l'equazione di questa parabola?
E' semplice ricavarla: basta isolare t nella prima equazione e sostituire nella seconda.

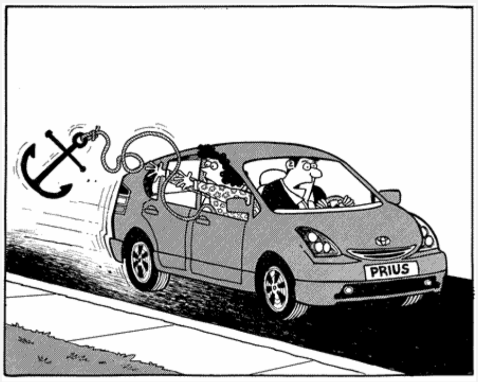
Avremo così $t = \frac{x}{v_0}$ dopodiché $y = h - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{{v_0}^2}$ ossia $\boxed{y = h - \frac{g}{2{v_0}^2} x^2}$ (ricorda che $g \approx 9{,}8\ m/s^2$)

a) Se un cretino spara orizzontalmente un proiettile con una pistola da un balcone a 15 metri dal suolo, e il colpo esce dalla canna a 300 m/s, a che distanza dall'edificio toccherà terra la pallottola?

b) E se invece una pallottola, sparata nelle medesime condizioni, tocca terra a metri 300 dall'edificio, qual era la velocità con cui era uscita dalla canna della pistola?

c) Sapresti, in generale, ricavare la formula della "gittata", ossia dello spazio orizzontale percorso, nel caso di un proiettile lanciato orizzontalmente dall'altezza h e con velocità iniziale v_0 ?

FRENA !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

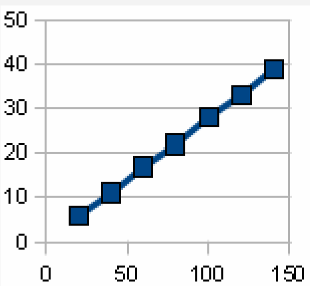


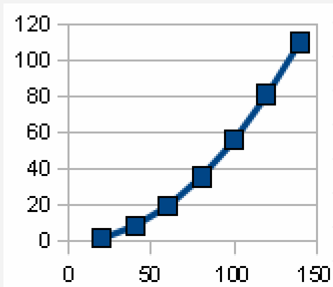
19) Immaginiamo un guidatore che, accorgendosi di un ostacolo sulla strada, freni per arrestare il veicolo.
Beh, innanzitutto, fra l'istante in cui il conducente percepisce il pericolo e quello in cui interviene sul pedale del freno, passa un intervallino di tempo, un "tempo di reazione", che grossomodo sarà dell'ordine del secondo per un guidatore sobrio e vigile.
E nel frattempo il veicolo procede, percorrendo una distanza che viene chiamata "spazio di reazione".
Lo "spazio di frenata" è invece quello che il veicolo percorre dal momento in cui inizia l'azione sui freni fino all'arresto; esso dipende dalla velocità e dalle condizioni del fondo stradale.
La somma fra lo "spazio di reazione" e lo "spazio di frenata" dà la "distanza di arresto".

In un sito Internet compare la seguente tabella,
riferita ad un'automobile con un conducente "medio" in buone condizioni psicofisiche:

velocità (km/h)	**140**	**120**	**100**	**80**	**60**	**40**	**20**
spazio di reazione (m)	39	33	28	22	17	11	6
spazio di frenata (m)	110	81	56	36	20	9	2
distanza di arresto (m)	149	114	84	58	37	20	8

Se, con l'aiuto di un foglio elettronico, facciamo un grafico velocità-spazio di reazione e un altro grafico velocità-spazio di frenata, i due diagrammi ci appariranno pressappoco così:





♪ Il primo grafico ha una forma suppergiù rettilinea, e possiamo capire bene il perché: durante il tempo di reazione, il guidatore non interviene sui freni e l'auto continua a muoversi alla sua ordinaria velocità costante; per un dato tempo di reazione (uguale, poniamo a 1 secondo) gli spazi percorsi saranno proporzionali alla velocità dell'automobile.

a) Controlla: se l'auto procede ai 140 km/h, in 1 secondo percorrerà, arrotondando all'intero, m …
b) Anche gli altri valori sulla riga "spazio di reazione" vanno d'accordo con questa trasformazione da km/h a m/s e con un tempo di reazione ipotizzato di 1 secondo? …
c) Chi ha compilato la tabella ha fatto degli arrotondamenti? …

♫ Il secondo diagramma sembrerebbe invece avere l'aspetto di una parabola. In effetti, sul sito dell'ACI (Automobile Club Italiano) leggiamo che "la formula dello spazio di frenata è: spazio di frenata = velocità (*in metri al secondo*) al quadrato, diviso per il prodotto di 2 moltiplicato per l'accelerazione di gravità (circa 9,8 m al secondo per secondo) moltiplicato per il coeff. di attrito. Il coefficiente di attrito varia da 0,8 (strada asciutta e fondo ruvido) a 0,05 (strada ghiacciata)"

d) Verifica che la nostra tabella applica proprio questa formula, con un coeff. di attrito dato da …
e) Quindi il grafico più a destra corrisponde, pressappoco, alla parabola che ha equazione [indica le due variabili con s (spazio in metri) e v (velocità in metri al secondo)] …
f) Data questa proporzionalità dello spazio di reazione a v, e dello spazio di frenata a v^2, se la velocità raddoppia lo spazio di reazione … mentre lo spazio di frenata … e se la velocità triplica lo spazio di reazione … mentre lo spazio di frenata …

❑ La formula fornita dal Ministero dei Trasporti, per lo spazio di frenata, non è $s_F = \dfrac{v^2}{2\cdot 9{,}8\cdot f} \approx \dfrac{v^2}{20\cdot f}$ con la velocità espressa in metri al secondo: è invece $s_F = \dfrac{v^2}{250\cdot f}$ con la velocità in km/h.

g) Verifica che le due formule sono in buon accordo tra loro
h) Con la formula del Ministero, stabilisci la velocità cui presumibilmente procedeva un'auto che prima di fermarsi, su strada in buone condizioni (c.a. 0,8), ha lasciato un segno di frenata di 70 m

RISPOSTE

1) Il massimo dell'area $y=S(x)=x(16-2x)=-2x^2+16x$ si ha quando $x=4\,\mathrm{m} \to y=S_{\mathrm{MAX}}=32\,\mathrm{m}^2$

2) x = numero di aumenti di 0,50 euro applicati. Se il prezzo di 8 euro venisse aumentato di 0,50 euro per x volte, si porterebbe a euro $8+x\cdot 0{,}50$; le ore giornaliere in compenso passerebbero, in media (stando alle previsioni di Arturo), da 10 a $10-x\cdot 1$ (1 è il 10% di 10) e il ricavo giornaliero ipotizzato sarebbe mediamente di euro

$$(8+x\cdot 0{,}50)(10-x\cdot 1)=\left(8+\frac{1}{2}x\right)(10-x)=80-8x+5x-\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{2}x^2-3x+80$$

La parabola $y=-\frac{1}{2}x^2-3x+80$ ha il suo massimo in corrispondenza dell'ascissa $x_{\mathrm{V}}=-\frac{b}{2a}=-\frac{-3}{-1}=-3$.
Arturo scopre quindi che per massimizzare i guadagni dovrebbe apportare non un rincaro, bensì uno *sconto* di $3\cdot 0{,}50=1{,}50$ euro al prezzo dei suoi pedalò, fissandolo a euro $8-1{,}50=6{,}50$ all'ora …
Certo, tutto questo è basato su di un'ipotesi "tanto al chilo" quindi la previsione dell'efficacia dello sconto va presa con molta cautela … Tuttavia, forse per Arturo varrebbe la pena provare!

3) 50 e 50: la quantità $x(100-x)$ è massima quando $x=50 \to 100-x=50$ (in questo caso il prodotto è 2500)

4) La quantità $x(s-x)=-x^2+sx$ è massima quando $x=-b/2a=s/2 \to s-x=s-s/2=s/2$

5) $x(x+1000)=x^2+1000x$ tocca il suo minimo quando $x=-500 \to x+1000=+500$. Il minimo è -250000.

6) $\textit{Area superficie ombreggiata}=4x^2+(12-2x)^2=8x^2-48x+144$; è minima per $x=3$ cm

7) $\frac{20-3x}{2}\cdot x=-\frac{3}{2}x^2+10x \quad x_{\mathrm{V}}=3{,}333...=\mathrm{m}\left(3+\frac{1}{3}\right)$

7') 5 m per entrambe le dimensioni; il quadrato

8) $220\cdot 25^2\ \mathrm{cm}^2=137500\ \mathrm{cm}^2=13{,}75\ \mathrm{m}^2$ Area da piastrellare $=x^2\cdot 4+4\cdot x\cdot 2+3\cdot x\cdot 2=4x^2+14x \quad 4x^2+14x=13{,}75$

$4x^2+14x-13{,}75=0 \quad x_{1,2}=\frac{-7\pm\sqrt{49+55}}{4}=\frac{-7\pm\sqrt{104}}{4}\approx 0{,}80$ m. Fra le scelte prospettate, l'unica possibile è m 0,75.

9) $x=5$ cm; $S_{\mathrm{MAX}}=\mathrm{cm}^2\,12{,}5$

10) Il ritaglio, se si vuole massimizzare la superficie esterna della scatola, dovrà essere di 6,375 cm.
L'ordinata corrispondente, ossia la superficie massima in questione, vale

$$\left[-8x^2+102x\right]_{x=\frac{51}{8}}=-8\cdot\frac{2601}{64}+102\cdot\frac{51}{8}=\frac{-2601+5202}{8}=\frac{2601}{8}=325{,}125\ \mathrm{cm}^2$$

10') $\mathrm{V}(x)=(30-2x)\cdot(21-2x)\cdot x=4x^3-102x^2+630x$. Il vol. max si ha con $x\approx 4$ cm e vale circa $1144\,\mathrm{cm}^3$

11) L'area minima per EFGH si ha con $x=\mathrm{cm}\ 25/12=\mathrm{cm}(2+1/12)$ e vale $\mathrm{cm}^2\ 575/12$
mentre l'area massima si ha con $x=0$ e vale $100\ \mathrm{cm}^2$

12) a) Posto $\mathrm{CF}=x$, sarà $\mathrm{FE}=2x$ e $S(x)=2x(1-x)$ … ; si ottiene $x_{\mathrm{MAX}}=1/2$ da cui $S_{\mathrm{MAX}}=1/2$.
b) $(2x)^2+(1-x)^2$ è minimo con $x=1/5$.
Il rettangolo con diagonale minima ha quindi dimensioni 4/5 (verticale), 2/5 (orizzontale).
L'alternativa, per determinarlo, era la seguente:
la diagonale AE è minima quando E è il punto, su BC, che ha la minima distanza da A.
Ma tale punto è allora la proiezione di A su BC …
AE è dunque minima quando coincide con l'altezza relativa all'ipotenusa.

13) Se $\mathrm{AD}=x$, allora $\mathrm{DG}=\frac{h}{b}x$, $S(x)=(2b-2x)\cdot\frac{h}{b}x=2hx-\frac{2h}{b}x^2$; $x_{\mathrm{V}}=-\frac{2h}{2\cdot(-2h/b)}=\frac{b}{2}\to \mathrm{DE}=b$

14) The profit is maximized when the owner makes one \$0.50 increase. Maximum income = \$6050

15) The profit is maximized when the owner makes six \$0.05 increases. Maximum income = \$36.10

16) 0,20 €;
10 € a persona

17) a) A circa 295 metri di altezza sopra l'altezza iniziale della bocca del fucile
b) ≈ 4592 metri + l'altezza iniziale della bocca del fucile c) Dopo ≈ 1 min. e 1 secondo

18) a) Il calcolo dà 525 m circa b) Il calcolo dà ≈ 171 m/sec c) $\sqrt{\frac{2{v_0}^2h}{g}}=v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$

19) a) 39 circa b) Sì! c) Sì, ha arrotondato tutti i valori all'unità più vicina
d) La tabella applica la formula $s_{\mathrm{F}}=\frac{v^2}{2\cdot 9{,}8\cdot f}$ (v velocità in m/s) con un coeff. di attrito dato da 0,7
e) Il grafico più a destra corrisponde, pressappoco, alla parabola di equazione $s_{\mathrm{F}}=v^2/13{,}72$ (v in m/s)
f) Se la velocità raddoppia lo spazio di reazione raddoppia mentre lo spazio di frenata diventa il quadruplo e se la velocità triplica lo spazio di reazione triplica, lo spazio di frenatura diventa 9 volte tanto
h) Con $s_{\mathrm{F}}=70\,\mathrm{m}$ e $f=0{,}8$ la formula del Ministero porta a una velocità ipotizzata di circa 118 km/h