

3. SISTEMI DI GRADO SUPERIORE AL 1° CON TRE O PIU' INCOGNITE

1)

$$\begin{cases} x+2y+z=5 \\ x-y-z=0 \\ xy+xz+yz=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y+z & \text{isolo un'incognita dall'equazione più semplice,} \\ y+z+2y+z=5 & \text{e vado poi a sostituire nelle altre due equazioni...} \\ (y+z)y+(y+z)z+yz=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y+z \\ 3y+2z=5 & \dots \text{le quali formeranno un "sotto-sistema"} \\ y^2+yz+yz+z^2+yz=5 & y^2+3yz+z^2=5 \quad \text{con un'incognita in meno} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y+z \\ z=\frac{5-3y}{2} & \text{dopodiché risolvo, per sostituzione, il sotto-sistema} \\ y^2+3y\cdot\frac{5-3y}{2}+\left(\frac{5-3y}{2}\right)^2=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y+z \\ z=\frac{5-3y}{2} \\ y^2+\frac{15y-9y^2}{2}+\frac{25-30y+9y^2}{4}=5; \quad 4y^2+30y-18y^2+25-30y+9y^2=20; \quad -5y^2=-5; \quad y^2=1; \quad y=\pm 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=1 \\ z=\frac{5-3y}{2}=\frac{5-3}{2}=1 & \vee \\ x=y+z=1+1=2 \end{cases} \quad \begin{cases} y=-1 \\ z=\frac{5-3y}{2}=\frac{5+3}{2}=4 \\ x=y+z=-1+4=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \\ z=4 \end{cases}$$

Ma ecco una **variante più efficace** del procedimento risolutivo:



$$\begin{cases} x+2y+z=5 \\ x-y-z=0 \\ xy+xz+yz=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y+z & \text{isolo un'incognita da una delle equazioni più semplici} \\ y+z+2y+z=5 & \text{e sostituisco nell'altra equazione semplice} \\ xy+xz+yz=5 & \text{non toccando, per ora, l'equazione più complicata} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y+z & \dots \text{lavoro sempre sulle prime due equazioni, con l'obiettivo} \\ 3y+2z=5 & \text{di esprimere due delle incognite in funzione dell'incognita rimanente...} \\ xy+xz+yz=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y+z \\ z=\frac{5-3y}{2} \\ xy+xz+yz=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=\frac{5-3y}{2} \\ x=y+z=y+\frac{5-3y}{2}=\frac{2y+5-3y}{2}=\frac{5-y}{2} \\ xy+xz+yz=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = \frac{5-3y}{2} \\ x = \frac{5-y}{2} \end{cases} \quad \text{e solo dopo aver raggiunto questo obiettivo, sostituisco nella terza equazione} \\ \text{ottenendo direttamente un'equazione con una sola incognita}$$

$$\frac{5-y}{2} \cdot y + \frac{5-y}{2} \cdot \frac{5-3y}{2} + y \cdot \frac{5-3y}{2} = 5; \quad \frac{5y-y^2}{2} + \frac{25-15y-5y+3y^2}{4} + \frac{5y-3y^2}{2} = 5; \quad \dots \quad y = \pm 1$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ z = \frac{5-3y}{2} = \frac{5-3}{2} = 1 \\ x = \frac{5-y}{2} = \frac{5-1}{2} = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} y = -1 \\ z = \frac{5-3y}{2} = \frac{5+3}{2} = 4 \\ x = \frac{5-y}{2} = \frac{5+1}{2} = 3 \end{cases}$$

cioè $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \\ z = 4 \end{cases}$

**Vuoi un CONSIGLIO DA AMICO?
DAVVERO UTILISSIMO?**

Alla fine della risoluzione di un sistema,
FAI SEMPRE LA VERIFICA,
sostituendo, nel sistema iniziale,
al posto delle singole incognite,
i valori rispettivamente trovati.

**TUTTE le equazioni dovranno trasformarsi
in uguaglianze vere**, altrimenti c'è qualcosa che non va.



ESERCIZI Vai alle correzioni degli esercizi "dispari" fino al 13) ➔

2) $\begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ x - y - z + 1 = 0 \\ xy + z^2 = 2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + y + t = 2 \\ x - t = 2 \\ x^2 + t^2 = y^2 + 6 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x + y + z = 7 \\ z - x - y = 3 \\ x^2 + yz = 16 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ y - 2z = 0 \\ xyz = 8 \end{cases}$

6) $\begin{cases} 3x - z = 2y \\ x + z = 1 + y \\ x^2 + z^2 = 3 - y^2 \end{cases}$

7) $\begin{cases} 2x + y = 10 \\ 0,3y - 0,2z = \frac{2}{5} \\ xy + z^2 = 9 \end{cases}$

8) $\begin{cases} 2(z-1) = x \\ 2y - z = 1 \\ (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 27 \end{cases}$

9) $\begin{cases} x + y + z + t = 5 \\ x - y - z + t = 1 \\ x - y + z - t = -1 \\ xy + zt = 3 \end{cases}$

10) $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + y + z = 7 \\ \frac{yz - xy}{6} = 1 \end{cases}$

11) $\begin{cases} \frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} - \frac{4}{3} = 0 \\ 2x + y + 6z = 13 \\ x^2 + yz = 2 \end{cases}$

12) $\begin{cases} 2x = 1 + y \\ \frac{3x - 2y - t}{2} - 1 = 0 \\ 2xt^2 - y^3 = 1 \end{cases}$

13) $\begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{25}{9} \\ 5z - x - y = 5/3 \\ xy = \frac{5}{3}z \end{cases}$

14) $\begin{cases} x - y + z = 6 \\ x + y + z = 2 \\ x^2 + yz + 5 = 0 \end{cases}$

15) $\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x = 9 \\ z^2 - 4 = z(z+1) \\ 2x^2 + 2y^2 + y = 11 \end{cases}$

16) $\begin{cases} 2a - b = 1 \\ a - 2c + 5 = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 11 \end{cases}$

17) $\begin{cases} 3x - y - t = 1 \\ x + yz + t = 0 \\ x + y + z = 0 \\ 2x + y + t = 4 \end{cases}$

18) $\begin{cases} ab + cd + 10 = 0 \\ a + b - c = 0 \\ a - b + c = 2 \\ a - b - d = 3 \end{cases}$

SOLUZIONI

2) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = -2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \\ t = 1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \\ z = 5 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 6 \\ y = -4 \\ z = 5 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x = -11/13 \\ y = -19/13 \\ z = 5/13 \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x = 40/7 \\ y = -10/7 \\ z = -29/7 \end{cases} \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$

8) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases} \begin{cases} x = -4 \\ y = 0 \\ z = -1 \end{cases}$

9) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \\ t = 2 \end{cases} \begin{cases} x = 3/2 \\ y = 3/2 \\ z = 1/2 \\ t = 3/2 \end{cases}$

10) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 4 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = \frac{3}{2} \\ z = \frac{19}{4} \end{cases}$

11) $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = 1 \\ z = \frac{17}{9} \end{cases}$

12) $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ t = 0 \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ t = -1 \end{cases}$

13) $\begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{5}{3} \\ z = 0 \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{5}{3} \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{4}{3} \\ z = \frac{4}{5} \end{cases} \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = 1 \\ z = \frac{4}{5} \end{cases}$

14) $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 \end{cases} \begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \\ z = 7 \end{cases}$

15) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = -4 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{20}{17} \\ y = -\frac{39}{17} \\ z = -4 \end{cases}$

16) $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 3 \end{cases} \begin{cases} a = -\frac{5}{7} \\ b = -\frac{17}{7} \\ c = \frac{15}{7} \end{cases}$

17) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = -2 \\ t = 1 \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \\ z = 2 \\ t = 5 \end{cases}$

18) $\begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = -3 \\ d = 2 \end{cases} \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 3 \\ d = -4 \end{cases}$