

5. LE DISEQUAZIONI E LA LORO RISOLUZIONE

Disequazione = disuguaglianza problematica:

una disequazione è una disuguaglianza, contenente un numero sconosciuto, “incognito” (generalmente indicato con x), che ci chiede di determinare per quali valori di x , ammesso che esistano, la disuguaglianza stessa è verificata.

Le proprietà delle disuguaglianze, esposte nei due paragrafi precedenti, consentono di stabilire che **nella risoluzione di una DISEQUAZIONE**

(che consiste poi nel sostituire la disequazione di partenza con altre via via più semplici, ma sempre equivalenti a quella data, ossia aventi le stesse soluzioni di quella data)

noi possiamo effettuare tutti i passaggi che siamo già abituati a svolgere su di un'EQUAZIONE, con

♥ DUE SOLE IMPORTANTI AVVERTENZE:

- quando vogliamo cambiare tutti i segni (= moltiplicare per -1), o comunque moltiplicare o dividere ambo i membri per uno stesso numero NEGATIVO, dobbiamo ricordarci di CAMBIARE IL VERSO della disequazione**
- mentre* l'elevamento ad esponente dispari, o l'estrazione di radice con indice dispari, è un passaggio sempre lecito in una disequazione, *invece* l'elevamento ad esponente pari, o l'estrazione di radice con indice pari, **è un passaggio effettuabile soltanto a patto che i due membri siano entrambi positivi (≥ 0)** per ogni valore della variabile, o comunque a patto di riferirsi esclusivamente ai valori di x che rendono positivi (≥ 0) entrambi i membri.

6. LA RISOLUZIONE DI UNA DISEQUAZIONE DI 1° GRADO

Esempio:

$$\frac{x-4}{2} - x < \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}$$

Faccio il denominatore comune, lo stesso da entrambe le parti

$$\frac{3x-12-6x}{6} < \frac{2x+3}{6}$$

Ora manderò via i due denominatori uguali.

$$E' \text{ come moltiplicare per } 6 \text{ ambo i membri: } \cancel{6} \cdot \frac{3x-12-6x}{\cancel{6}} < \frac{2x+3}{\cancel{6}} \cdot \cancel{6}$$

$$3x-12-6x < 2x+3$$

Applico la “regola del trasporto”:

è possibile spostare un termine da un membro all'altro, cambiandolo però di segno. Ad esempio, trasportare $2x$ dal secondo membro al primo, mutandolo in $-2x$, è lecito perché è come sottrarre $2x$ da entrambi i membri:

$$3x-12-6x \quad -2x < \cancel{2x}+3 \quad -2x$$

$$3x-6x-2x < 3+12$$

Faccio i calcoli

$$\mathbf{-5x < 15}$$

Essendo negativo il coefficiente di x , **mi conviene cambiare i segni: ma così facendo, devo ricordarmi di cambiare anche il verso.**

Infatti: se due numeri sono disuguali, i loro opposti saranno disuguali IN SENSO CONTRARIO; o anche: cambiare i segni è come moltiplicare per il numero NEGATIVO -1 (NOTA 1)



$$\mathbf{+5x > -15}$$

Divido ambo i membri per il coefficiente di x , che è 5.

Il verso resta inalterato, perché divido per un numero POSITIVO.

$$\frac{\cancel{+5}x}{\cancel{5}} > \frac{-\cancel{15}^3}{\cancel{5}}$$

$$x > -\frac{15^3}{5}$$

Ecco fatto! Le soluzioni sono dunque

tutti i numeri reali (interi, razionali, irrazionali) maggiori di -3 (NOTA 2).

In forma insiemistica, possiamo dire che l'insieme S delle soluzioni è $S = (-3, +\infty)$

♥ **NOTA 1** - Riflettiamo sul motivo per cui il passaggio ci porta

da una disequazione ad un'altra ad essa EQUIVALENTE, cioè con le medesime soluzioni:

- se, per un certo valore di x , si ha $-5x < 15$, allora, per quello stesso valore di x , si avrà anche $5x > -15$;
- e viceversa, se, per un certo valore di x , si ha $5x > -15$, allora, per lo stesso valore, si avrà pure $-5x < 15$.

♥ **NOTA 2** - Prova a SOSTITUIRE nella disequazione iniziale, al posto di x , il valore -2 ;

poiché si tratta di un valore maggiore di -3 , vedrai che la disuguaglianza sarà verificata.

Altrettanto, ad esempio, con $x = 12$ o con $x = 0$.

Invece (provaci!) con $x = -4$ o $x = -3$ la disuguaglianza risulterà falsa.

ESERCIZI
a pagina 144