

## 8. SIGNIFICATO DEI SIMBOLI $\leq$ (minore o uguale di), $\geq$ (maggiore o uguale di)

$a \leq b$  significa:  $a < b$  oppure  $a = b$      $\boxed{a \leq b \leftrightarrow a < b \vee a = b}$      $\leq$  equivale a "non maggiore";  
 $a \geq b$  significa:  $a > b$  oppure  $a = b$      $\boxed{a \geq b \leftrightarrow a > b \vee a = b}$      $\geq$  equivale a "non minore"

Ad es., l'insieme  $\{x \in \mathbb{R} / x \leq 4\}$  è formato da tutti i numeri minori di 4, più anche il numero 4.

Sono corrette (anche se appaiono strane) le scritture  $3 \leq 4$  e  $4 \leq 4$ ,  
 mentre sarebbe, ovviamente, SBAGLIATO scrivere  ~~$3 < 4$~~

### SUGGERIMENTO IMPORTANTE

♥ Di fronte a una disequazione di 2° grado col  $\leq$ , oppure il  $\geq$ , può essere utile pensare dapprima alla disequazione STRETTA (cioè, quella solo col  $<$  o col  $>$ ), per poi aggiungere all'insieme delle soluzioni così trovate anche quei valori che rendono il 1° membro uguale al 2°.

Questa indicazione è ancora più efficace per le disequazioni di grado superiore al 2° o fratte.

Invece per le disequazioni di 1° grado basta procedere "meccanicamente",

semplicemente ricordando che, nel caso il verso debba cambiare, il  $\leq$  diventa  $\geq$ , e viceversa:

ad esempio  $2x \leq 3x + 4$ ;  $2x - 3x \leq 4$ ;  $-x \leq 4$ ;  $x \geq -4$

## 9. ESERCIZI

### □ ESERCIZI SULLE DISEQUAZIONI DI 1° GRADO

- 1)  $3(x-5) < 2$     2)  $x+7 < 4(x-1)$     3)  $(x+2)^2 > (x-1)^2 + 15$     4)  $\frac{x-1}{4} + \frac{2x-3}{2} < 3x$     5)  $\frac{2}{3}(3-x) - x > 0$   
 6)  $2x - \frac{4x-3}{5} \leq 1$     7)  $3(x+1) \leq 5(x+7)$     8)  $\frac{2x}{5} - \frac{x-1}{2} \geq -\frac{3}{4}x$     9)  $\frac{x}{3} < \frac{1}{2}x - \frac{1}{6}(x-1)$     10)  $x(x+1) > x(x+4)$   
 11)  $4(2x+1) - 3x < 5(x-2)$     12)  $(x-1)^2 \leq (x+1)^2$     13)  $226(x-8) > 0$     14)  $x\sqrt{2} - x\sqrt{3} > \sqrt{6}$     15)  $x < x\sqrt{2}$   
 16)  $x < x\sqrt{2} - 1$     17)  $0,0004x - 0,003 < 0,0005x$     18)  $(2x-1)^2 < 4x(x-1)$     19)  $(x+7)^2 > x(x+16) + 47$

### SOLUZIONI

- 1)  $x < \frac{17}{3}$     2)  $x > \frac{11}{3}$     3)  $x > 2$     4)  $x > -1$     5)  $x < \frac{6}{5}$     6)  $x \leq \frac{1}{3}$     7)  $x \geq -16$     8)  $x \geq -\frac{10}{13}$   
 9) indeterminata (verificata  $\forall x \in \mathbb{R}$ )    10)  $x < 0$     11) imposs.    12)  $x \geq 0$     13)  $x > 8$  senza nessun calcolo!  
 14)  $x < -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \dots = -(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$     15)  $x > 0$     16)  $x > \sqrt{2} + 1$     17)  $x > -30$     18) imp.    19)  $x < 1$

### □ ESERCIZI SULLE DISEQUAZIONI DI 2° GRADO

- 20)  $2x^2 - 7x + 3 < 0$     21)  $x^2 - 5x + 4 > 0$     22)  $x^2 - 49 < 0$     23)  $x^2 - 4x > 0$   
 24)  $25x^2 - 10x + 1 > 0$     25)  $2x^2 - 4x + 9 > 0$     26)  $x + 12 > x^2$     27)  $x < \frac{x^2+1}{2}$   
 28)  $4x^2 + 1 < 0$     29)  $x^2 - 4x + 1 > 0$     30)  $x^2 + 8x + 16 > 0$     31)  $x^2 + 10x + 16 > 0$   
 32)  $x^2 - 5 < 0$     33)  $x^2 - 2x + 2 > 0$     34)  $x^2 - 6x + 9 < 0$     35)  $x^2 + x > 0$   
 36)  $7x > 6x^2 + 1$     37)  $x^2 - 4x + 3 > 0$     38)  $x^2 - 4x + 4 > 0$     39)  $x^2 - 4x + 5 > 0$   
 40)  $9x > x^2$     41)  $9 > x^2$     42)  $9x^2 + 49 > 0$     43)  $9x^2 + 1 > 10x$   
 44)  $9x^2 + 1 > -6x$     45)  $9x^2 + 1 < -3$     46)  $9x^2 > 0$     47)  $9x^2 > 9$

### SOLUZIONI

- 20)  $1/2 < x < 3$     21)  $x < 1 \vee x > 4$     22)  $-7 < x < 7$     23)  $x < 0 \vee x > 4$   
 24)  $x \neq 1/5$     25)  $\forall x \in \mathbb{R}$     26)  $-3 < x < 4$     27)  $x \neq 1$   
 28) *imposs.*    29)  $x < 2 - \sqrt{3} \vee x > 2 + \sqrt{3}$     30)  $x \neq -4$     31)  $x < -8 \vee x > -2$   
 32)  $-\sqrt{5} < x < \sqrt{5}$     33)  $\forall x \in \mathbb{R}$     34) *imposs.*    35)  $x < -1 \vee x > 0$   
 36)  $1/6 < x < 1$     37)  $x < 1 \vee x > 3$     38)  $x \neq 2$     39)  $\forall x \in \mathbb{R}$   
 40)  $0 < x < 9$     41)  $-3 < x < 3$     42)  $\forall x \in \mathbb{R}$     43)  $x < 1/9 \vee x > 1$   
 44)  $x \neq -1/3$     45) *imposs.*    46)  $x \neq 0$     47)  $x < -1 \vee x > 1$

♥ Vuoi un CONSIGLIO? Almeno ogni tanto, fai qualche "esperimento", sostituendo al posto dell'incognita qualche valore preso dall'insieme delle soluzioni che hai trovato, per vedere se la disuguaglianza è vera!

**□ ESERCIZI SULLE DISEQUAZIONI DI 1° e 2° GRADO**

	<b>SOLUZIONI</b>
1) $6x^2 - 7x - 10 \geq 0$	$x \leq -5/6 \vee x \geq 2$
2) $6x^2 - 7x - 10 \leq 0$	$-5/6 \leq x \leq 2$
3) $16x^2 - 40x + 25 > 0$	$x \neq 5/4$
4) $16x^2 - 40x + 25 \geq 0$	$\forall x \in \mathbb{R}$
5) $16x^2 - 40x + 25 < 0$	<i>imposs.</i>
6) $16x^2 - 40x + 25 \leq 0$	$x = 5/4$
7) $3x^2 - 4x + 2 > 0$	$\forall x \in \mathbb{R}$
8) $3x^2 - 4x + 2 \geq 0$	$\forall x \in \mathbb{R}$
9) $3x^2 - 4x + 2 < 0$	<i>imposs.</i>
10) $3x^2 - 4x + 2 \leq 0$	<i>imposs.</i>
11) a) $x^2 > 9$ b) $x^2 > 9x$ c) $x^2 > -9$	a) $x < -3 \vee x > 3$ b) $x < 0 \vee x > 9$ c) $\forall x \in \mathbb{R}$
12) a) $9x > 0$ b) $9x^2 > 0$ c) $9x^2 > 1$	a) $x > 0$ b) $x \neq 0$ c) $x < -1/3 \vee x > 1/3$
13) a) $x^2 < 1$ b) $x^2 < 0$ c) $x^2 < x$	a) $-1 < x < 1$ b) <i>imposs.</i> c) $0 < x < 1$
14) a) $5 - 4x^2 \leq 0$ b) $5x - 4x^2 \leq 0$	a) $x \leq -\sqrt{5}/2 \vee x \geq \sqrt{5}/2$ b) $x \leq 0 \vee x \geq 5/4$
15) a) $(x+1)^2 > x(x+2)$ b) $(x-1)^2 > x^2 + 1$	a) $\forall x \in \mathbb{R}$ b) $x < 0$
16) a) $(x-2)(x-6) > 0$ b) $(x-2)(x-6) > 5$	a) $x < 2 \vee x > 6$ b) $x < 1 \vee x > 7$
17) a) $(x-2)^2 > 0$ b) $(x-2)^2 \geq 0$	a) $x \neq 2$ b) $\forall x \in \mathbb{R}$
18) a) $(x-2)^2 > x$ b) $(x-2)^2 + 4x > 0$	a) $x < 1 \vee x > 4$ b) $\forall x \in \mathbb{R}$
19) $2 - x - x^2 > 0$ (se vuoi, cambia segni e verso!)	$-2 < x < 1$
20) $(2x-1)(2x^2-x-3) \leq (2x-1)^3 - 4x(x-1)^2$	$x \geq 4/7$
21) $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right) + x + 2^{-2} \geq \frac{13}{8}$	$x \leq -\frac{5}{4} \vee x \geq 1$
22) $\frac{2x-3}{6} \leq \frac{x^2}{6} - \frac{\sqrt{2}}{3}(x-1)$ 23) $3x^2 \geq 2(4x-3)$	$\forall x \in \mathbb{R}$ $\forall x \in \mathbb{R}$
24) $(x+3)^2 + (2x-3)^2 \leq x+2$	<i>imposs.</i>
25) $\frac{1}{6}(x-1) - x^2 < x$ 26) $\frac{x^2}{23} \geq 0$	$x < -\frac{1}{2} \vee x > -\frac{1}{3}$ $\forall x \in \mathbb{R}$
27) $\left(y + \frac{1}{6}\right)^2 \geq \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{3}\right)^2$	$-1 \leq y \leq -\frac{1}{3}$
28) $4x(\sqrt{3}-x) \geq 3$ 29) $9x^2 + 16 > 24x$	$x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $x \neq \frac{4}{3}$
30) $(3w-2)^3 - 3w(3w-1)^2 + 3w < 0$	$w < \frac{1}{3} \vee w > \frac{2}{3}$
31) $(x^2 - x - 2)^2 - (x^2 + x - 2)^2 + 1 > x(3 - 4x - 4x^2)$	$x < -1 \vee x > -\frac{1}{4}$
32) $2(-3x+1)(-3x-1) > 3(2x\sqrt{2}-1)$	$x \neq \frac{\sqrt{2}}{6}$
33) $x^2 - x + \sqrt{2} \leq 2$ 34) $2 - x^2 \geq \sqrt{2}$	$1 - \sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$ $-\sqrt{2} - \sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} - \sqrt{2}$
35) $(0,0002x + 24)^2 > 0$	$x \neq -120000$
36) $347(3x-122)(4x-123) < 0$	$\frac{123}{4} < x < \frac{122}{3}$
37) $a - 2 < a$ 38) $(b-2)^2 < b^2$ 39) $(c-2)^3 < c^3$	$\forall a \in \mathbb{R}$ $b > 1$ $\forall c \in \mathbb{R}$