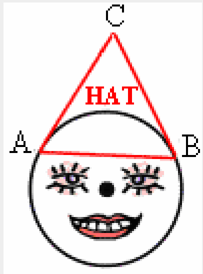
TEOREMA
(the "Hat" Theorem = il Teorema "del Cappello"!)
Vedi anche pagina successiva a questo riguardo



Se da un punto esterno si conducono le due tangenti ad una circonferenza, allora:

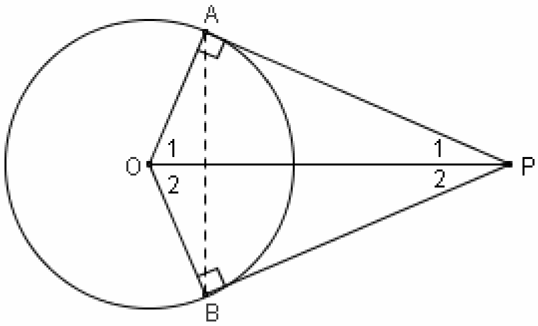
I) i due segmenti di tangente sono uguali;

II) la congiungente il punto esterno col centro è bisettrice
- **sia dell'angolo formato dalle due tangenti,**
- **sia dell'angolo formato dai due raggi che vanno ai punti di contatto;**

III) infine, tale congiungente è l'asse della corda avente per estremi i punti di contatto.

IPOTESI
PA, PB tangenti

TESI
I) PA = PB
II) $\hat{P}_1 = \hat{P}_2$; $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$
III) PO è l'asse di AB



DIMOSTRAZIONE
I) Basta confrontare i due triangoli POA, POB.
Essi sono entrambi rettangoli
perché una tangente è sempre perpendicolare al raggio che va al punto di contatto,
e sono uguali per il Criterio Particolare di Uguaglianza dei Triangoli Rettangoli
(ipotenusa OP in comune, OA = OB perché raggi di una stessa circonferenza).
Segue subito la tesi.

II) Conseguenza immediata dell'uguaglianza di triangoli dimostrata per la parte I)

III) Il punto P è equidistante dagli estremi del segmento AB (infatti PA = PB come già dimostrato);
quindi, P appartiene all'asse di AB. Lo stesso dicasi del punto O:
si ha OA = OB perché entrambi raggi, quindi O appartiene all'asse di AB.
Ma allora PO, congiungente due punti dell'asse di AB, è l'asse di AB, c.v.d.

Vedi la pagina a fianco per una trattazione molto sintetica, in Inglese, dell'argomento "rette tangenti", compreso il precedente "Teorema del Cappello".

Potrai osservare come in lingua Inglese diversi nomi di teoremi siano particolarmente azzeccati!
Nel nome, infatti, sovente abbiamo anche una schematizzazione molto efficace dell'enunciato.

Già avevamo visto a suo tempo come i tre Criteri di Uguaglianza dei Triangoli
vengono detti, in Inglese, rispettivamente:
- the **Side-Angle-Side Theorem (SAS): 1° Criterio**
- the **Angle-Side-Angle Theorem (ASA): 2° Criterio**
- the **Side-Side-Side Theorem (SSS): 3° Criterio**

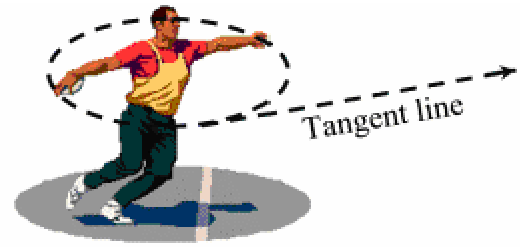
Qui potrai notare altre denominazioni molto "indovinate", quali:
- the **"Hat" theorem** appunto
- the **Hypotenuse Leg Postulate,**
  ossia quello che noi avevamo chiamato
  "Criterio Particolare di Uguaglianza dei Triangoli Rettangoli":
  "Se due triangoli rettangoli hanno rispettivamente uguali
  l'ipotenusa (Hypothenuse) e un cateto (Leg),
  allora sono uguali".
  L'uso qui del termine "Postulate" anziché "Theorem" ci fa capire che nella loro organizzazione della Geometria, gli autori del sito www.regentsprep.org da cui è tratta la pagina hanno ritenuto di inserire questo enunciato fra gli Assiomi o Postulati anziché fra i Teoremi.

  NOTA: *lato* (di triangolo, o di poligono) = **Side**; *cateto*, in un triangolo rettangolo = **Leg**

Dal sito www.regentsprep.org:

Tangents and Circles

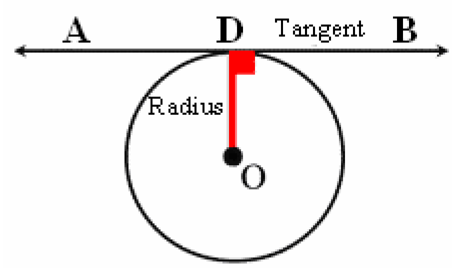
A **tangent to a circle** is a line in the plane of the circle that intersects the circle in exactly one point.



If you spin an object
in a circular orbit
and release it,
it will travel on a path
that is tangent
to the circular orbit.

Theorem:

If a line is tangent to a circle, it is perpendicular to the radius drawn to the point of tangency.



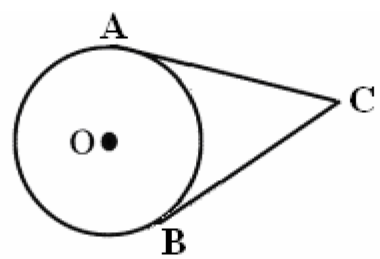
IF: AB is a tangent
D is point of tangency

THEN: $OD \perp AB$

Theorem:

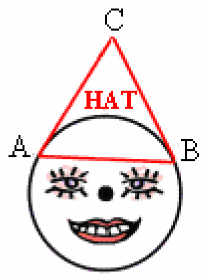
Tangent segments to a circle from the same external point are congruent.

(You may think of this as **the "Hat" Theorem** because the diagram looks like a circle wearing a pointed hat.)



IF: AB is a tangent to circle O at A
CB is a tangent to circle O at C

THEN: CA = CB



This theorem can be proven using congruent triangles and the previous theorem.
The triangles shown below are congruent by the Hypotenuse Leg Postulate for Right Triangles.
The radii (legs) are congruent and the hypotenuse is shared by both triangles.
By using Corresponding Parts of Congruent Triangles are Congruent, this theorem is proven true.