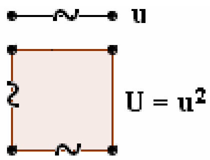
7.2 - MISURIAMO LE SUPERFICI

E per misurare le superfici, come si farà?
Così come, per misurare un segmento, si prende come unità di misura un altro segmento, per misurare una superficie si dovrà prendere come unità di misura un'altra superficie.

"Misurare" una superficie **A** significa dunque prendere un'altra superficie di riferimento **U** (che farà da "unità di misura") e chiedersi quante volte la superficie **U** è contenuta in **A**.

Di solito, il calcolo della misura di una superficie è richiesto in un contesto nel quale già sono stati misurati dei segmenti, con l'utilizzo di un determinato segmento **u**, scelto come unità di misura.
Allora, è sempre conveniente adottare come unità di misura **U** per le superfici, il quadrato avente per lato il segmento **u**. Tale quadrato viene generalmente indicato col simbolo $\mathbf{u^2}$

Insomma: se si è scelto questo segmento come unità di misura per le lunghezze (NOTA) …
… per calcolare delle aree (NOTA) si sceglierà come unità di misura questo quadrato:



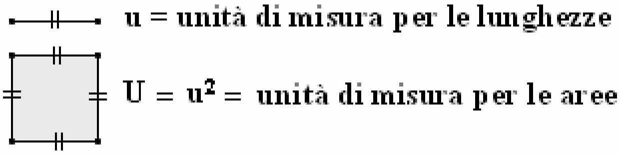
Ad esempio, se si sono calcolate le lunghezze in centimetri, le aree verranno calcolate in centimetri quadrati.

N
O
T
A

- *Lunghezza = quel "quid" che hanno in comune tutti i segmenti congruenti ad un segmento dato*
- *Area = quel "quid" che hanno in comune tutte le superfici con la stessa estensione di una superficie data*

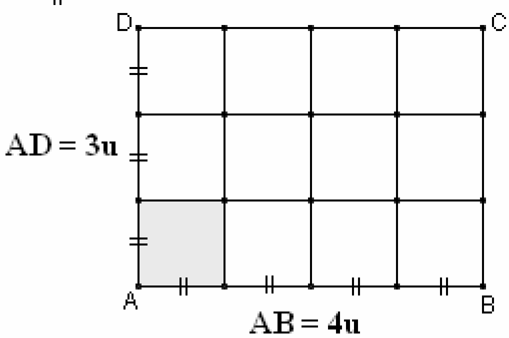
Spessissimo, si dice semplicemente "lunghezza", o, rispettivamente, "area", quando, a rigore, bisognerebbe dire "misura della lunghezza" e "misura dell'area".

Ora, supponiamo di dover misurare una superficie rettangolare ABCD le cui dimensioni misurino, rispetto all'unità di misura **u** scelta per i segmenti, rispettivamente 4 (la base AB) e 3 (l'altezza AD).
Ci chiediamo: quanto misurerà il rettangolo?



Ribadiamo innanzitutto che, avendo noi adottato il segmento **u** come unità di misura "lineare", dovremo adottare il quadrato di lato **u** ($\mathbf{u^2}$) come unità di misura per le superfici.

Si tratta perciò di chiedersi quante volte il quadrato $\mathbf{u^2}$ "sta" nella superficie ABCD, sapendo che il segmento **u** sta 4 volte nel segmento AB e 3 volte nel segmento AD.



La figura mostra che il rettangolo ABCD è riempito da $4 \cdot 3 = 12$ quadrati di lato **u**
(4 quadrati per ogni fila orizzontale; 3 file orizzontali una sopra l'altra; in totale, $4 \cdot 3 = 12$ quadrati).
E' dunque ABCD = 12 $\mathbf{u^2}$,
e ne concludiamo che l'area di un rettangolo le cui dimensioni hanno lunghezza 4 e 3 rispettivamente, è $4 \cdot 3 = 12$.

Si capisce che il discorso è generalizzabile, almeno se le misure lineari in gioco sono intere: insomma, se in un rettangolo le misure di base e altezza sono, rispett., b ed h, con b ed h interi, allora la misura dell'area sarà $b \cdot h$.

E' poi facile dimostrare che questo risultato si estende anche al caso in cui le misure b ed h siano razionali; infine, tenendo presente la definizione rigorosa di numero irrazionale come "elemento separatore di due classi contigue di numeri razionali" (definizione che si dà in trattazioni a livello più avanzato) si può far vedere che la stessa formula $b \cdot h$ vale anche se i due numeri b ed h sono irrazionali, oppure uno razionale e l'altro irrazionale.

In definitiva, resta stabilito che l'area S di un rettangolo le cui dimensioni misurino b, h $(b, h \in \mathbb{R})$
si calcola tramite la formula $\boxed{S = b \cdot h}$

I teoremi sulle equivalenze permettono poi di determinare, mediante formule opportune, le aree del parallelogrammo, del triangolo, del trapezio.
Il calcolo delle aree degli altri poligoni si effettua decomponendoli nella somma di poligoni più semplici, mentre per le superfici non poligonali il discorso dell'area comporta considerazioni un po' più articolate.
Riguardo ai *volumi dei solidi*, la trattazione è analoga a quella per le aree delle superfici; se ne discuterà brevemente a pagina 386.