Cap. 10: POLIGONI REGOLARI; COMPLEMENTI DI GEOMETRIA

10.1 - TRIANGOLI RETTANGOLI PARTICOLARI

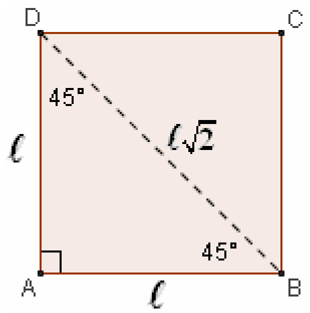
A) FORMULE RIGUARDANTI IL QUADRATO
(e il triangolo rettangolo con gli angoli acuti di 45°)

Consideriamo un quadrato ABCD.

Se conosciamo la misura del lato: $AB = BC = CD = DA = \ell$, quanto misurerà la diagonale?

Applicando il Teorema di Pitagora otteniamo:

$$\boxed{\text{diagonale} =} BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} =$$
$$= \sqrt{\ell^2 + \ell^2} = \sqrt{2\ell^2} = \boxed{\ell\sqrt{2}}$$



Perciò:

in un QUADRATO,

$$\textbf{DIAGONALE} = \textbf{LATO} \cdot \sqrt{2}$$

e quindi

$$\textbf{LATO} = \frac{\textbf{DIAGONALE}}{\sqrt{2}}$$

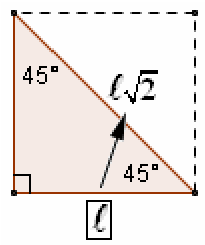
Angoli acuti di 45°:
può intervenire $\sqrt{2} \approx 1{,}4$

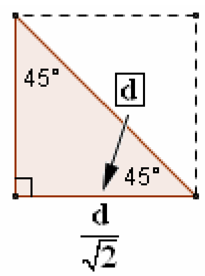
Conseguenza:

♥ **in un TRIANGOLO RETTANGOLO CON GLI ANGOLI ACUTI DI 45°**
(che può essere visto come la metà di un quadrato)

- **L'IPOTENUSA E' UGUALE AL CATETO MOLTIPLICATO** $\sqrt{2}$
- **IL CATETO E' UGUALE ALL'IPOTENUSA DIVISO** $\sqrt{2}$

Ricordiamo che $\boxed{\sqrt{2} = 1{,}41421... \approx 1{,}4}$





Nella seconda figura
si suppone di partire dalla misura d *dell'ipotenusa (ipotenusa per il triangolo, diagonale per il quadrato).*

Essendo $d = \ell\sqrt{2}$, *invertendo si ha:* $\ell = \frac{d}{\sqrt{2}}$.

E' possibile, volendo, razionalizzare, ottenendo:

$$\ell = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{d}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{d\sqrt{2}}{2}.$$

Ma … razionalizzare è proprio "obbligatorio"?
No! E' però spesso conveniente,

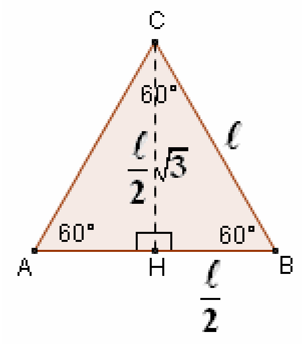
♪ *o per rendere più semplice l'espressione (ad es., se è* $d = 6$, *si avrà*

$$\ell = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\overset{3}{\cancel{6}}\sqrt{2}}{\cancel{2}} = 3\sqrt{2}\ )$$

♫ *oppure per rendere più semplici eventuali calcoli successivi sul valore trovato.*

B) FORMULE RIGUARDANTI IL TRIANGOLO EQUILATERO
(e il triangolo rettangolo con gli angoli acuti di 30° e 60°)

Consideriamo un triangolo equilatero ABC.
Se conosciamo la misura del lato:
$AB = BC = CA = \ell$,
quanto misurerà l'altezza CH?
Applicando il Teorema di Pitagora otteniamo:



$$\boxed{\text{altezza} =}\ CH = \sqrt{CB^2 - HB^2} =$$

$$= \sqrt{\ell^2 - \left(\frac{\ell}{2}\right)^2} = \sqrt{\ell^2 - \frac{\ell^2}{4}} = \sqrt{\frac{4\ell^2 - \ell^2}{4}} = \sqrt{\frac{3\ell^2}{4}} = \boxed{\frac{\ell}{2}\sqrt{3}}$$

Perciò **in un TRIANGOLO EQUILATERO**,

$$\mathbf{ALTEZZA} = \frac{\mathbf{LATO}}{\mathbf{2}}\sqrt{3}$$

Angoli acuti di 30° e 60°:
può intervenire $\sqrt{3} \approx 1{,}7$

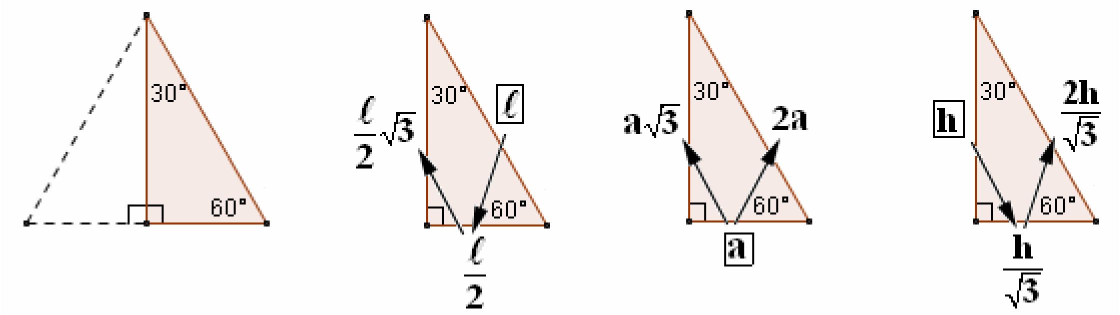
Conseguenze:

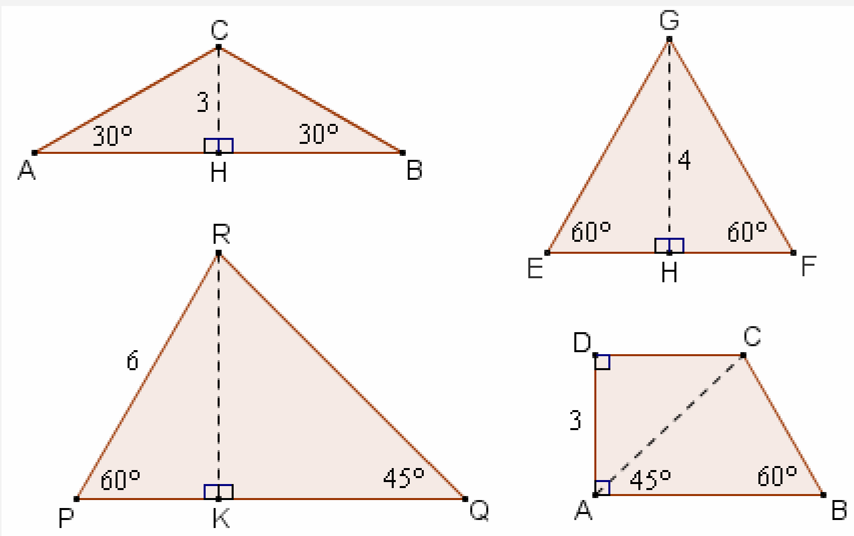
♥ **in un TRIANGOLO RETTANGOLO CON GLI ANGOLI ACUTI DI 30° e 60°**
(che può essere visto come la metà di un triangolo equilatero)

- ❑ **IL CATETO MINORE E' META' DELL'IPOTENUSA**
  (e quindi l'ipotenusa è il doppio del cateto minore)
- ❑ **IL CATETO MAGGIORE E' UGUALE AL CATETO MINORE MOLTIPLICATO $\sqrt{3}$**
  (e quindi: il cateto maggiore è uguale a metà ipotenusa moltiplicato $\sqrt{3}$
  mentre il cateto minore è uguale al cateto maggiore diviso $\sqrt{3}$)

Ricordiamo che $\boxed{\sqrt{3} = 1{,}73205... \approx 1{,}7}$

Le figure seguenti riassumono le situazioni che si possono incontrare nei problemi:
dato un lato di un triangolo rettangolo "particolare" 90°–30°–60°,
determinare i lati rimanenti, utilizzando le formule apprese o eventualmente invertendole.





ESERCIZI

Con riferimento alle figure qui a fianco, calcola i perimetri dei tre triangoli e del trapezio, verificando che è:

$$2p(ABC) = 12 + 6\sqrt{3}$$
$$2p(PQR) = 9 + 3\sqrt{3} + 3\sqrt{6}$$
$$2p(EFG) = 8\sqrt{3}$$
$$2p(ABCD) = 9 + 3\sqrt{3}$$

Problemi vari con triangoli rettangoli particolari sono proposti alle pagine 252 e 253