

10.6 - IL RAGGIO DEL CERCHIO INSCRITTO IN UN TRIANGOLO, ESPRESSO IN FUNZIONE DEI LATI

Sia ABC un triangolo qualunque,
e siano a, b, c le misure dei suoi lati.

**Indichiamo con r la misura del raggio del cerchio inscritto.
Il nostro obiettivo è di esprimere r in funzione di a, b, c.**

Innanzitutto, osserviamo che, detta S l'area di ABC, è

$$\begin{aligned} S &= S(BCO) + S(ACO) + S(ABO) = \\ &= \frac{a \cdot r}{2} + \frac{b \cdot r}{2} + \frac{c \cdot r}{2} = \frac{(a + b + c) \cdot r}{2} = \frac{\text{perimetro} \cdot r}{2} \end{aligned}$$

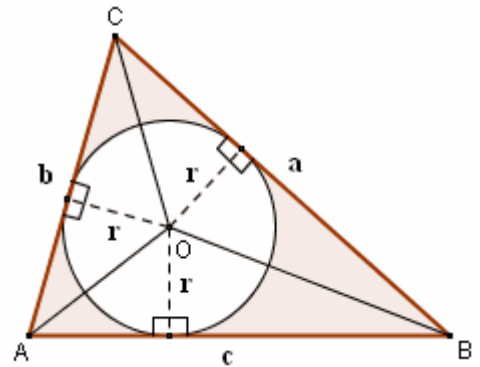
Ora, dalla formula

$$S = \frac{\text{perimetro} \cdot r}{2}$$

ricaviamo, invertendo:

$$r = \frac{2S}{\text{perimetro}} = \frac{2S}{a + b + c}$$

che è sostanzialmente la formula cercata,
vista la possibilità, volendo,
di esprimere l'area S in funzione dei lati a, b, c tramite la Formula di Erone.



10.7 - IL RAGGIO DEL CERCHIO CIRCOSCRITTO AD UN TRIANGOLO, ESPRESSO IN FUNZIONE DEI LATI

Sia ABC un triangolo qualunque,
e siano a, b, c le misure dei suoi lati.

**Indichiamo con R la misura del raggio
del cerchio circoscritto.
Il nostro obiettivo è di esprimere R in funzione di a, b, c.**

Nella figura, abbiamo disegnato il diametro AD: $AD = 2R$.

Osserviamo inoltre che l'angolo \widehat{ACD} è retto perché inscritto in una semicirconferenza.

Abbiamo anche tracciato l'altezza CH relativa alla base AB,
e posto, per comodità,
 $CH = h$.

I due angoli \widehat{B} e \widehat{D} sono uguali perché sono angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco; allora i due triangoli CHB, ACD sono simili (entrambi rettangoli, e con un angolo acuto uguale).

Vale dunque la proporzione

$$\begin{aligned} CH : AC &= BC : AD \\ h : b &= a : 2R \end{aligned}$$

da cui si ricava

$$2R = \frac{ab}{h} = \frac{ab}{h} \cdot \frac{c}{c} = \frac{abc}{ch} = \frac{abc}{2 \cdot \frac{ch}{2}} = \frac{abc}{2S} \rightarrow R = \frac{abc}{4S}$$

La formula cercata è, in definitiva,

$$R = \frac{abc}{4S}$$

