

RIPASSO dei Complementi di Geometria, ed ESERCIZI geometrici vari
**Alcuni problemi sui poligoni regolari
si trovano a pagina 267**

1) Scrivi, nella figura a fianco,
le misure dei lati
dei vari poligoni regolari
inscritti nel cerchio di raggio R

2) Scrivi la formula $l_n \rightarrow l_{2n}$
e servitene per ricavare,
a partire da $l_3 = R\sqrt{3}$,
 l_6 (dal valore ben noto!)
e l_{12}

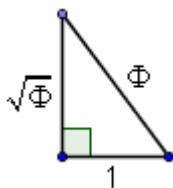
3) Si dice "sezione aurea" di un segmento AB
...



5) Dimostra che, indicato con Φ il numero

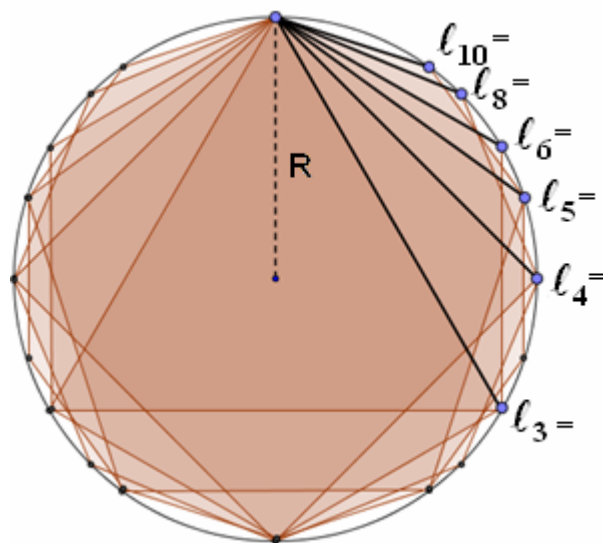
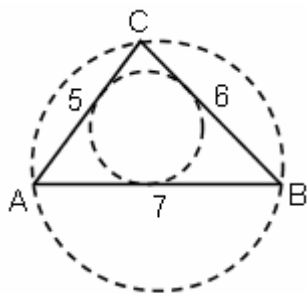
$$\Phi = \frac{\text{intero segmento}}{\text{sezione aurea}} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2},$$

se un triangolo rettangolo
ha un cateto uguale a 1
e l'altro cateto uguale a $\sqrt{\Phi}$,
la sua ipotenusa misurerà Φ .



7) A pagina 229, occupandoci del decagono
regolare inscritto, abbiamo dimostrato
che in un triangolo isoscele con gli angoli
di 36° , 72° e 72° la base è uguale
alla sezione aurea del lato obliquo.
Serviti di questo risultato e di quanto
dimostrato all'esercizio 6 per provare che
in un triangolo con gli angoli di 108° , 36° e 36°
il lato più corto è uguale alla
sezione aurea di quello più lungo.

9) Un triangolo ha i tre lati che misurano
5, 6 e 7. Quanto misurano i raggi
delle circonferenze inscritta e circoscritta?

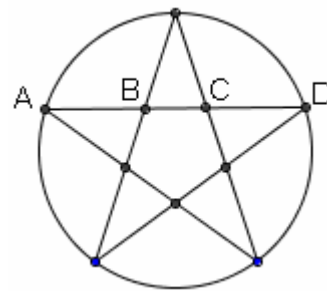


4) Se la lunghezza di un segmento è l ,
la sua sezione aurea misura ...

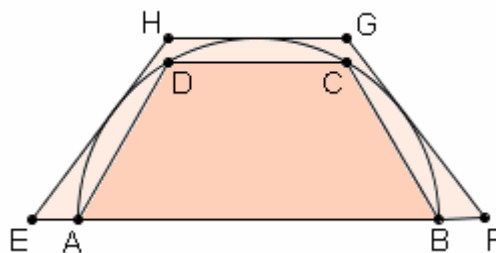
Ricavala, a partire dalla
proporzione scritta all'esercizio 3)

6) Dimostra che qualsiasi segmento
è la sezione aurea
della somma del segmento stesso
con la propria sezione aurea.

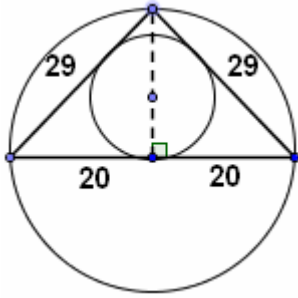
8) Serviti
degli esercizi
6) e 7)
per dimostrare che
in questa figura
(dove i 5 archi
di circonferenza
sono tutti
uguali fra loro)



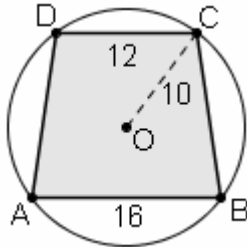
- BC è la sezione aurea di AB,
- AB è la sezione aurea di AC,
- e AC a sua volta è la sezione aurea di AD.



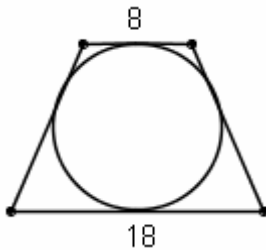
10) Il raggio di una semicirconferenza misura 5 cm;
ABCD è un trapezio inscritto,
EFGH un trapezio circoscritto,
e le basi minori di entrambi i trapezi misurano 6 cm.
Determina il lato obliquo di ciascuno dei trapezi.



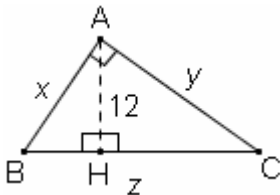
- 11) Un triangolo isoscele ha la base di 40 cm e il lato obliquo di 29 cm. Determina la sua area con la formula di Erone, poi fai nuovamente il calcolo dopo aver determinato l'altezza. Quanto misurano i raggi del cerchio inscritto e del cerchio circoscritto?



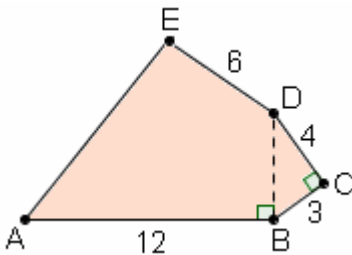
- 12) Da <http://mathcentral.uregina.ca>:
Question from Abby, a student:
An isosceles trapezoid whose bases have lengths 12 and 16 is inscribed in a circle of radius 10. The center of the circle lies in the interior of the trapezoid. Find the area of the trapezoid.



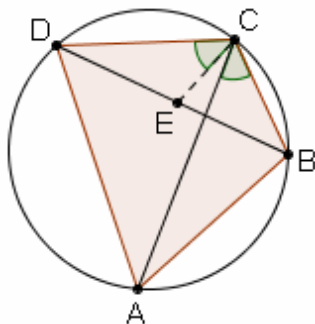
- 13) Da <http://gmatclub.com>:
A circle is inscribed in an isosceles trapezoid with bases 8 and 18. What is the area of the circle?
A. 36 pi B. 49 pi C. 64 pi D. 81 pi (pi = "pi greco")



- 14) Determina i tre lati x , y , z di un triangolo ABC, rettangolo in A, sapendo che il suo perimetro misura 60 cm e l'altezza relativa all'ipotenusa 12 cm.



- 15) Il poligono ABCDE della figura (osserva i due angoli retti) ha area uguale a $6(6 + \sqrt{30})$. Quanto misura il lato AE?



- 16) (*Impegnativo!*)
Il "Teorema di Tolomeo" afferma:
"in un quadrilatero ABCD inscrivibile in una circonferenza, vale la relazione
$$AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC \cdot BD$$
ossia, la somma dei prodotti dei lati opposti è uguale al prodotto delle diagonali".

La dimostrazione si può effettuare in più modi, fra cui il seguente: si prende, sulla diagonale BD, il punto E tale che $\widehat{BCA} = \widehat{DCE}$. Si hanno così le coppie di triangoli simili $ABC \sim DEC$ (perché?) e $BCE \sim ACD$ (perché?), e allora ...

QUALCHE RISPOSTA

- 9) $r = \frac{2}{3}\sqrt{6}$, $R = \frac{35}{24}\sqrt{6}$ 10) lato obliquo trapezio inscritto = $cm\ 2\sqrt{5}$; lato obliquo trapezio circoscritto = $cm\ \frac{17}{3}$
11) $r = cm\ \frac{60}{7}$; $R = cm\ \frac{841}{42}$
12) 196 13) A 14) 15, 20, 25 cm 15) Ci sono due possibilità: può misurare 11 o 17 16) \Rightarrow