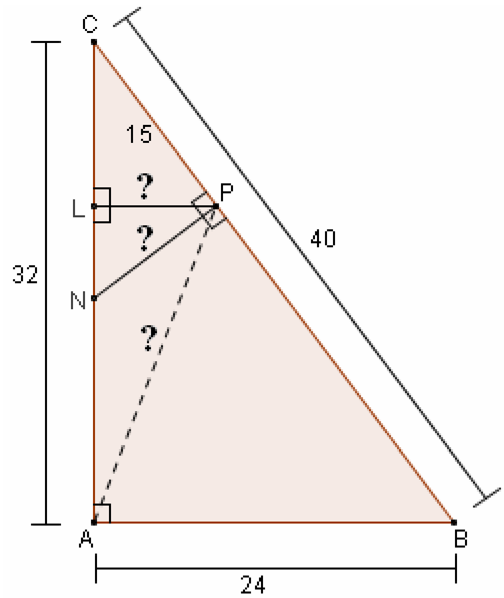
## PROBLEMI CON LE SIMILITUDINI - ESEMPI SVOLTI

**a)** In un triangolo rettangolo ABC i due cateti AB e AC misurano rispettivamente 24 cm e 32 cm.
Sull'ipotenusa BC si prende un segmento CP = 15 cm e per P si tracciano:
- la perpendicolare ad AC, fino ad incontrare AC in L
- e la perpendicolare a BC, fino ad incontrare AC in N.

Quanto misurano i tre segmenti PL, PN, PA?




$B\hat{A}C = 90°$
$AB = 24$ cm
$AC = 32$ cm
$CP = 15$ cm
$PL \perp AC$
$PN \perp BC$

$PL = ?$
$PN = ?$
$PA = ?$

TIENI SEMPRE PRESENTE CHE
♥ **In due triangoli simili, sono corrispondenti ("omologhi") due lati che stiano opposti ad angoli uguali, o allo stesso angolo**

$BC \underset{\text{Pitagora}}{=} \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{24^2 + 32^2} = \sqrt{576 + 1024} = \sqrt{1600} = 40$ cm

(*Vedi anche l'approfondimento sulle* TERNE PITAGORICHE di pag. 205)

♥ **Il simbolo "simile con" è un serpentello: ~**

**LPC ~ ABC (rettangoli, $\hat{C}$ in comune)**

**PL : AB = PC : BC**
*(un lato sta al suo corrispondente, come un altro lato sta al suo corrispondente)*

$PL : 24 = 15 : 40$

$\boxed{PL =} \dfrac{\cancel{24}^3 \cdot \cancel{15}^3}{\cancel{40}_{\cancel{5}}} = \boxed{9 \text{ cm}}$

*oppure*

**PL : PC = AB : BC**
*(un lato sta a un altro lato - sempre nello stesso triangolo - come il corrispondente del primo sta al corrispondente del secondo)*

$PL : 15 = 24 : 40$

$\boxed{PL =} \dfrac{\cancel{15}^3 \cdot \cancel{24}^3}{\cancel{40}_{\cancel{5}}} = \boxed{9 \text{ cm}}$

NOTA
*Nei due triangoli considerati, i due lati PL ed AB si corrispondono perché sono i due cateti minori, oppure: perché stanno opposti allo stesso angolo*

**PNC ~ ABC (rettangoli, $\hat{C}$ in comune)**

**PN : AB = PC : AC**
*(un lato sta al suo corrispondente, come un altro lato sta al suo corrispondente)*

$PN : 24 = 15 : 32$

$\boxed{PN =} \dfrac{\cancel{24}^3 \cdot 15}{\cancel{32}_4} = \boxed{\dfrac{45}{4} \text{ cm}}$

*oppure*

**PN : PC = AB : AC**
*(un lato sta a un altro lato - sempre nello stesso triangolo - come il corrispondente del primo sta al corrispondente del secondo)*

$PN : 15 = 24 : 32$

$\boxed{PN =} \dfrac{15 \cdot \cancel{24}^3}{\cancel{32}_4} = \boxed{\dfrac{45}{4} \text{ cm}}$

NOTA
*Nei due triangoli considerati, i due lati PN ed AB si corrispondono perché sono i due cateti minori, oppure: perché stanno opposti allo stesso angolo*

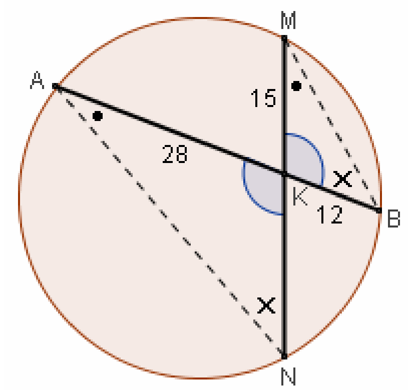
**Per quanto riguarda PA, lo ricaveremo con Pitagora su APL, dopo aver calcolato AL**:

$CL = \sqrt{PC^2 - PL^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12$ cm

$AL = AC - CL = 32 - 12 = 20$ cm

$\boxed{PA =} \sqrt{AL^2 + PL^2} = \sqrt{20^2 + 9^2} = \sqrt{400 + 81} = \boxed{\sqrt{481} \text{ cm}}$

**b)** Due corde AB, MN di una stessa circonferenza si intersecano nel punto K.
Determinare la lunghezza della corda MN sapendo che AK = m 28, KB = m 12 e KM = m 15.




AK = m 28
KB = m 12
KM = m 15

MN = ?

Tracciamo i due segmenti AN e BM e **consideriamo i due triangoli AKN, MKB.**
**Essi sono simili**, in quanto

- $\widehat{A}=\widehat{M}$ perché angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco $\overset{\frown}{BN}$
- $\widehat{N}=\widehat{B}$ perché angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco $\overset{\frown}{AM}$
- $A\widehat{K}N=M\widehat{K}B$ perché opposti al vertice (oppure per differenza rispetto a 180° nei due triangoli)

Quindi

**NK : KB = AK : KM**
*(un lato sta al suo corrispondente, come un altro lato sta al suo corrispondente; vedi NOTA)*

$NK:12=28:15$

$$\boxed{NK=}\ \frac{\cancel{12}^{4}\cdot 28}{\cancel{15}_{5}}=\boxed{m\ \frac{112}{5}}$$

*oppure*

**NK : AK = KB : KM**
*(un lato sta a un altro lato - sempre nello stesso triangolo - come il corrispondente del primo sta al corrispondente del secondo; vedi NOTA)*

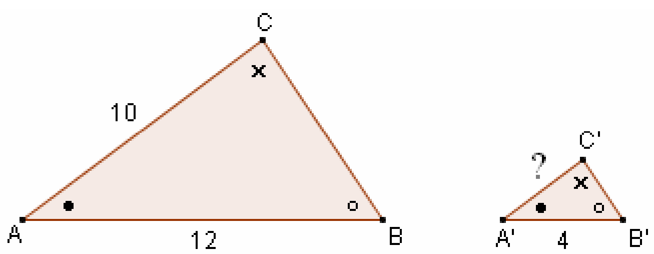
$NK:28=12:15$

$$\boxed{NK=}\ \frac{28\cdot\cancel{12}^{4}}{\cancel{15}_{5}}=\boxed{m\ \frac{112}{5}}$$

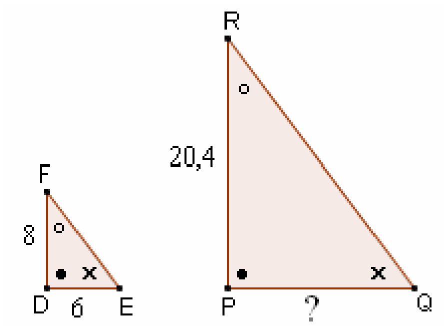
**NOTA**
**Nei due triangoli considerati,**
*i due lati NK e KB si corrispondono perché stanno opposti ad angoli uguali (i due angoli "puntino").*
*Analogamente sono corrispondenti (sinonimo: "omologhi") AK e KM, opposti ad angoli "crocetta".*

Dopodiché, $\boxed{MN=}\ MK+NK=15+\frac{112}{5}=\boxed{m\ \frac{187}{5}=m\ 37{,}4}$

**OSSERVAZIONE GENERALE, DI CARATTERE "PRATICO"**
*L'abbiamo già detto, ma lo ripetiamo perché è davvero importante.*
*Nell'operare con le proporzioni, conviene tenere presente che spesso si può risparmiare molto tempo.*
*Sovente si dimentica cosa significa, nel concreto, avere DUE RAPPORTI UGUALI!*

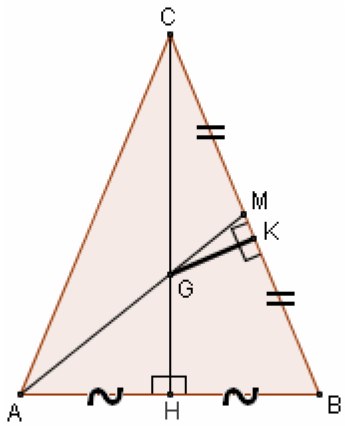



Osservando che A'B' è la terza parte di AB,
avremo subito che A'C' sarà la terza parte di AC,
cioè $A'C'=\frac{10}{3}$ !




Così come DE è i 3/4 di DF,
il lato PQ sarà i 3/4 di PR.
Quindi $PQ=\frac{3}{4}\cdot 20{,}4=15{,}3$

**c)** Quanto misura la distanza del baricentro dal lato obliquo in un triangolo isoscele di perimetro 72 cm, nel quale il lato obliquo supera la base di 6 cm?




$CA = CB =$
$= AB + 6$ cm
$2p(ABC) = 72$ cm
$AH = HB$
$BM = MC$
$GK \perp BC$
$GK = ?$

Un baricentro si indica preferibilmente con la lettera G (da "Gravity center", centro di gravità).
Infatti il punto di incontro delle mediane di un triangolo viene chiamato "baricentro" (dal termine greco *bàros* = peso) perché coincide col "baricentro fisico" del triangolo, ossia col punto di applicazione della risultante delle forze peso agenti sulle varie parti del triangolo, se questo fosse realizzato in materiale rigido.
Ritagliando un triangolo nel cartoncino, se ne disegni le mediane, e poi appoggi il triangolo (collocandolo orizzontalmente) sopra un piccolo sostegno piazzato in corrispondenza del punto di incontro delle mediane stesse, vedrai che il triangolo sta in equilibrio. Provaci!

**Inizialmente è necessario porre un'incognita, per determinare, tramite un'equazioncina, base e lato obliquo**.

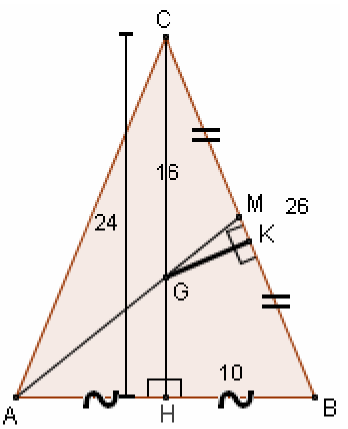
$AB = x,\quad CA = CB = x + 6$
$2p = 72$ cm
$x + 2(x+6) = 72$
$x + 2x + 12 = 72;\quad 3x = 60;\quad x = 20$

$AB = 20$ cm, $\quad CA = CB = 26$ cm, $\quad AH = HB = 20/2 = 10$ cm

$CH = \sqrt{CB^2 - HB^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} \underset{\text{NOTA}}{=} \sqrt{676 - 100} = \sqrt{576} = 24$ cm

NOTA
**Un modo brillante**
*per svolgere il calcolo* sarebbe qui di scomporre la *differenza di quadrati* in "*somma delle basi moltiplicato la loro differenza*":

$\sqrt{26^2 - 10^2} =$
$= \sqrt{(26+10)(26-10)} =$
$= \sqrt{36 \cdot 16} =$
$= \sqrt{36} \cdot \sqrt{16} =$
$= 6 \cdot 4 = 24$




Ora **CKG ~ CHB** (rettangoli, $H\hat{C}B$ in comune) quindi potremo determinare GK sfruttando questa similitudine, a patto però di riuscire prima a stabilire la misura del segmento CG.
Ma a tale scopo basta ricordare la nota proprietà del baricentro:
"**il baricentro divide ciascuna mediana in due parti, delle quali quella contenente il vertice è doppia dell'altra**".

Pertanto: $CG = \frac{2}{3}CH = \frac{2}{3} \cdot 24 = 16$ cm

$CKG \sim CHB$

**GK : HB = CG : CB**; $\quad GK : 10 = 16 : 26;\quad \boxed{GK =} \frac{10 \cdot \cancel{16}^{8}}{\cancel{26}_{13}} = \boxed{\frac{80}{13}\text{ cm}}$

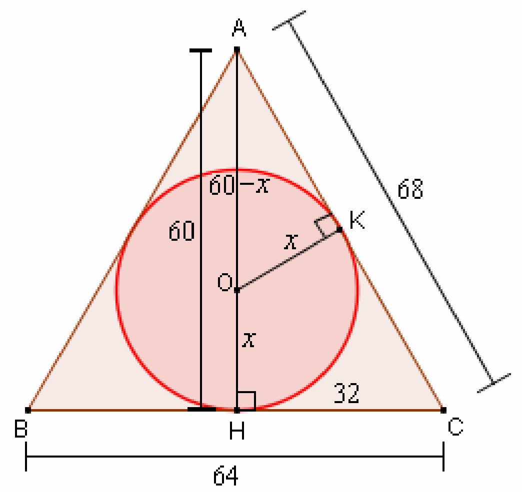
# PROBLEMI CON LE SIMILITUDINI: LE TIPOLOGIE PIU' COMPLICATE

*A volte, per risolvere un problema con le similitudini, non è sufficiente impostare una proporzione che abbia noti tre termini su quattro, come negli esempi precedenti: questa è la situazione più elementare, ma non sempre si presenta.*
*Vediamo allora qualche problema più complesso.*

*Distingueremo fra:*
- *problemi in cui la similitudine viene utilizzata per impostare l'equazione risolvente*
- *problemi in cui la similitudine viene utilizzata per esprimere un segmento in funzione di x*

## PROBLEMI IN CUI LA SIMILITUDINE VIENE UTILIZZATA PER IMPOSTARE L'EQUAZIONE RISOLVENTE

**d)** Trovare il raggio del cerchio inscritto in un triangolo isoscele di base 64 cm e lato obliquo 68 cm, senza utilizzare la formula per il raggio del cerchio inscritto in un triangolo (che poi sarebbe r = doppia area/perimetro)




BC = 64 cm
AB = AC = 68 cm

r = ?

$\mathrm{HC} = 64/2 = 32$ cm

$\mathrm{AH} = \sqrt{\mathrm{AC}^2 - \mathrm{HC}^2} = \sqrt{68^2 - 32^2} = \sqrt{(68+32)(68-32)} = \sqrt{100 \cdot 36} = 10 \cdot 6 = 60$ cm

$\boxed{\mathrm{OK} = \mathrm{OH} = x} \rightarrow \mathrm{AO} = 60 - x$

**AKO ~ AHC** (rettangoli, $\mathrm{C\hat{A}H}$ in comune)

**OK : HC = AO : AC**

$\boxed{x : 32 = (60 - x) : 68}$

La proporzione scritta, che contiene *x* due volte, costituisce l'equazione risolvente.
**Possiamo liberarci** istantaneamente **dai denominatori applicando la** "**proprietà fondamentale**":
***"una proporzione è corretta se e solo se il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi"***

$\boxed{32(60 - x) = 68x}$

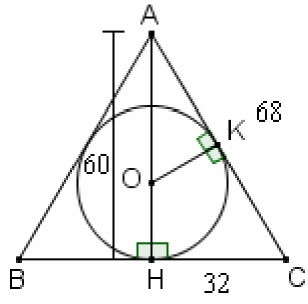
$\overset{8}{\cancel{32}}(60 - x) = \overset{17}{\cancel{68}}x$

$480 - 8x = 17x$

$\overset{5}{\cancel{25}}x = \overset{96}{\cancel{480}}$

$\boxed{x = \text{cm}\ \frac{96}{5}}\ (= \text{cm}\ 19{,}2)$

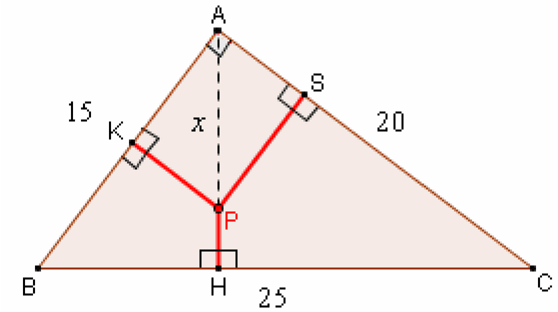
*A dire il vero, questo problema avrebbe potuto essere risolto anche senza porre alcuna incognita, bensì impostando una proporzione nella quale fossero noti 3 fra i 4 termini. Infatti, a ben guardare … … quanto misura CK? Poi…*




In effetti, a seconda di come si imposta la risoluzione, può darsi che un problema possa rientrare in più d'una delle tipologie che stiamo analizzando.

### PROBLEMI IN CUI LA SIMILITUDINE VIENE UTILIZZATA PER ESPRIMERE UN SEGMENTO IN FUNZIONE DI *x*

**e)** Sull'altezza relativa all'ipotenusa BC di un triangolo rettangolo ABC i cui cateti misurano 15 cm e 20 cm, determinare un punto P in modo che la somma delle sue distanze dai tre lati del triangolo rettangolo sia 15,2 cm.




$B\widehat{A}C = 90°$

$AB = 15\text{ cm}$

$AC = 20\text{ cm}$

$AH \perp BC$

$PK \perp AB,\ \ PS \perp AC$

$?\ P \text{ su } AH\ /\ PH + PK + PS = \text{cm } 15{,}2$

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{225 + 400} = \sqrt{625} = 25\text{ cm}$$

$$AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{{}^{3}\cancel{15} \cdot \cancel{20}^{4}}{\cancel{25}_{5}} = 12\text{ cm} \quad (\text{formula } \ \textit{altezza relativa all'ipotenusa} = \frac{\textit{prodotto cateti}}{\textit{ipotenusa}})$$

$AP = x;\ \ PH = 12 - x$

**Ci proponiamo ora di esprimere PK in funzione di *x*.**

A tale scopo, sfrutteremo la similitudine

$\boxed{\mathbf{AKP \sim ABC}}$

(infatti $AKP \sim AHB$ e a sua volta $AHB \sim ABC$)

$\boxed{PK : AB = AP : BC}$

$PK : 15 = x : 25$

$$PK = \frac{{}^{3}\cancel{15}x}{\cancel{25}_{5}} = \frac{3}{5}x \quad (\text{NOTA})$$

**Poi esprimiamo PS in funzione di x.**

$\boxed{\mathbf{ASP \sim ABC}}$ $(ASP \sim AHC \sim ABC)$

$\boxed{PS : AC = AP : BC}$

$PS : 20 = x : 25$

$$PS = \frac{{}^{4}\cancel{20}x}{\cancel{25}_{5}} = \frac{4}{5}x$$

♥ **NOTA**

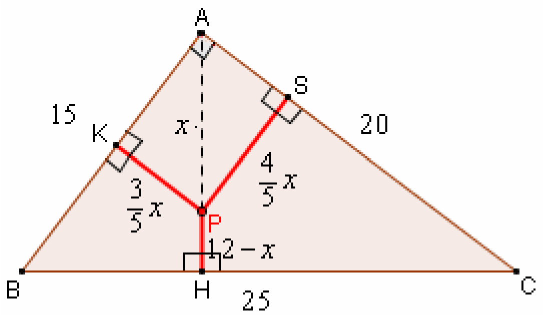
Avremmo anche potuto procedere MOLTO PIU' RAPIDAMENTE!

Noi vogliamo mettere in relazione PK (cateto minore nel triangolo rettangolo AKP) con *x* (ipotenusa nello stesso triangolo).

Ma essendo i due triangoli AKP e ABC simili, questa relazione sarà la medesima relazione che lega cateto minore e ipotenusa *in ABC*!

E siccome in ABC le misure di cateto minore e ipotenusa sono 15 e 25, quindi il cateto minore è i 15/25 ossia i 3/5 dell'ipotenusa, lo stesso avverrà anche nel triangolo AKP; dunque, immediatamente,

$$PK = \frac{3}{5}AP = \frac{3}{5}x$$




**Possiamo a questo punto scrivere l'equazione risolvente**:

$PH + PK + PS = 15{,}2$

$$\boxed{12 - x + \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}x = 15{,}2}$$

$60 - 5x + 3x + 4x = 76$

$2x = 16 \qquad x = 8 \qquad \boxed{AP = 8\text{ cm}}$

## ❑ PROBLEMI CON LE SIMILITUDINI

**A) Problemi in cui la similitudine viene utilizzata semplicemente per fare dei calcoli, senza equazione (NOTA)**

NOTA – *Un'equazione potrà eventualmente intervenire in altre fasi della risoluzione del problema, ma quando si sfrutterà la similitudine fra due triangoli per scrivere una proporzione, non sarà necessario impiegare un'incognita.*

1) ⇨
E' dato il rettangolo ABCD, in cui la base AB misura 12a e l'altezza AD misura 5a.
Sia P un punto, sulla diagonale AC, tale che $PC = 2AP + 4a$; tracciata per P la perpendicolare ad AC che incontri AB in S, si chiede di determinare il perimetro del triangolo APS.

2) In un triangolo isoscele ABC, nel quale il lato obliquo supera di 3 cm la base AB e la somma dei quadrati dei tre lati vale $594\ cm^2$, si tracci, a partire da A, una semiretta che formi con la base AB un angolo uguale all'angolo $\widehat{C}$, e che tagli il lato BC in D. Trovare il perimetro del triangolo ABD.

3) Quanto misura la distanza del baricentro dal lato obliquo in un triangolo isoscele di base 2b e altezza h?

4) In una semicirconferenza di diametro $AB = cm\ 20$, si conducano due corde uguali $AC = BD = cm\ 16$, e sia E il loro punto di intersezione. Quant'è la distanza di E dal centro O della semicirconferenza?

5) E' dato il triangolo EFG, rettangolo in E, i cui cateti EF e GE misurano rispettivamente cm 18 e 24. Sull'ipotenusa FG si prenda un punto K, che divida l'ipotenusa stessa in parti proporzionali (vedi NOTA) ai numeri 4 e 11 (KG<KF).
Da K si conduca la perpendicolare ad FG fino ad incontrare in T il cateto EG.
Trovare l'area del quadrilatero EFKT e la misura del segmento FT.

> NOTA - *Dire che due segmenti a, b sono proporzionali ai due numeri m, n significa affermare che* $a : m = b : n$ *(oppure, indifferentemente,* $a : b = m : n$*).*
> *Stesso significato ha la frase "due segmenti stanno fra loro come i numeri m, n ".*
> *Ad esempio, se due segmenti a, b sono proporzionali ai numeri 3 e 4, significa che* $a : 3 = b : 4$, $a : b = 3 : 4$, *il primo di questi segmenti è i ¾ dell'altro.*

6) E' dato un triangolo rettangolo ABC (AB ipotenusa, BC cateto maggiore), tale che $AB = 15a$ e $BC = AC + 3a$.
Si prolunghi il cateto AC, dalla parte di C, di un segmento $CD = 3AC$.
Da C si tracci la parallela ad AB fino ad incontrare in E la congiungente BD.
Trovare le misure di CE e di BE.

7) Nel triangolo ABC, inscritto in una semicirconferenza di diametro AB = 20 cm, è CA = ¾ CB.
Preso su CA il punto D tale che $CD = CA/6$, per D si traccia la corda EF parallela al diametro.
Quanto misura EF?

8) L'ipotenusa BC di un triangolo rettangolo ABC misura cm 3,5; il cateto AB è i ¾ del cateto AC.
Un punto P, sul cateto AB, lo divide in due parti che stanno fra loro come 2:5 (AP<PB).
Tracciata per P la parallela a BC, che interseca AC in D, trovare il perimetro del triangolo APD.

9) In un trapezio rettangolo ABCD le basi AB e DC misurano rispettivamente 21b e 15b, e l'altezza AD misura 8b. Trovare le misure dei due segmenti in cui la diagonale AC è divisa dalla parallela a BC condotta dal vertice D.

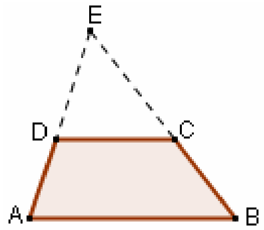
**SOLUZIONI**

1) 15/2 a  2) 33,6 cm  3) $d = \dfrac{2bh}{3\sqrt{b^2 + h^2}}$  4) 7,5 cm  5) $192\ cm^2$; $cm\ 2\sqrt{130}$

6) $45a/4$; $3a\sqrt{97}/4$  7) cm 12  8) 2,4 cm  9) 34b/7; 85b/7

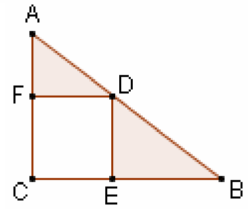
**B) Problemi in cui la similitudine viene utilizzata per impostare l'equazione risolvente**

10) In un trapezio le basi misurano 15k e 10k, e i lati obliqui 7k e 9k.
Trovare il perimetro del triangolo che ha per lati
la base minore e i prolungamenti dei lati obliqui.



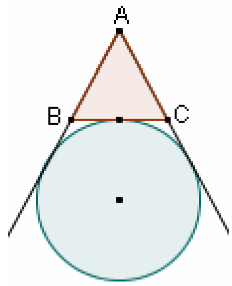

11) Dato un triangolo rettangolo
i cui cateti misurano rispettivamente 48 cm e 36 cm,
trovare la misura del lato del quadrato inscritto,
con due lati sui cateti (e un vertice sull'ipotenusa: vedi figura).

11') *Generalizzazione*: dato un triangolo rettangolo i cui cateti misurano rispettivamente $a$ e $b$, ecc. ecc.

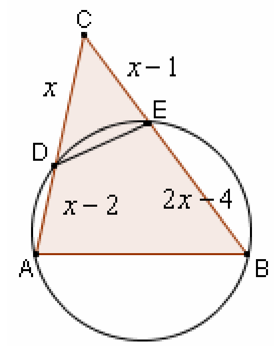



12) ⇨ Nel triangolo isoscele ABC, di base BC,
l'area è di $108 \text{ cm}^2$, e il lato obliquo misura 15 cm.
Dopo aver determinato i lati del triangolo,
trovare il raggio della circonferenza "ex-inscritta",
tangente alla base del triangolo e ai prolungamenti dei lati obliqui.

12') *Generalizzazione*: determinare il raggio della circonferenza supponendo che le misure di base e lato obliquo siano $2b$ ed $\ell$ rispettivamente.




13) ⇨ Il lato AB di un triangolo è corda di una circonferenza,
e il vertice C è esterno a tale circonferenza (vedi figura).
I lati AC e BC intersecano la circonferenza rispettivamente in D e in E.
Dopo aver dimostrato che i due triangoli ABC e DEC sono simili,
determina $x$ nell'ipotesi che sia
$CD = x,\ DA = x-2,\ CE = x-1,\ EB = 2x-4.$

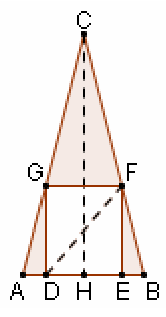



**C) Problemi in cui la similitudine viene utilizzata per esprimere un segmento in funzione di $x$**

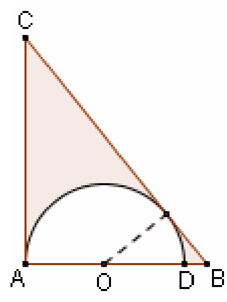
14) ⇨ In un triangolo isoscele, di base AB = 1 e altezza CH = 2,
inscrivere un rettangolo DEFG, con DE su AB, di diagonale unitaria.

15) In un triangolo ABC, rettangolo in A, il raggio della semicirconferenza tangente all'ipotenusa,
il cui diametro AD si trova sul cateto AB, è i 4/9 di AB.
Sapendo inoltre che l'area del triangolo ABC vale $96a^2$, trovare la misura di AB.

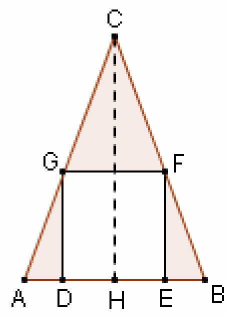
16) In un triangolo isoscele,
la base è i 5/3 del lato
del quadrato inscritto,
con un lato sulla base,
e il quadrato costruito sull'altezza
supera l'area del triangolo di $150a^2$.
Trovare la misura della base
del triangolo e quella del lato
del quadrato inscritto.



n.14



n.15



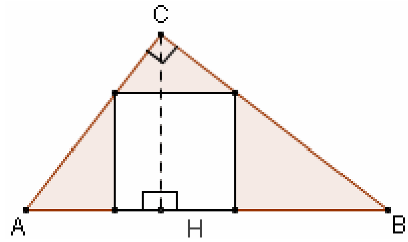
n.16

**SOLUZIONI**

10) 42k  11) cm $\frac{144}{7}$  11') $\frac{ab}{a+b}$  12) 18 cm oppure 36 cm  12') $\frac{b\sqrt{\ell^2-b^2}}{\ell-b}$  13) $x=5$

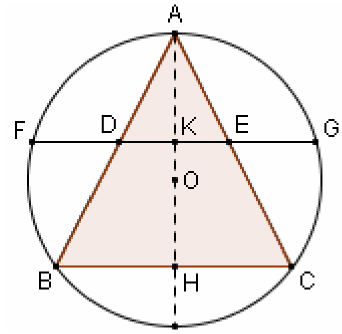
14) DE = 3/5 ed EF = 4/5 oppure (caso "degenere) DE = 1 ed EF = 0  15) 12a  16) 10a, 6a

## D) Problemi vari sulle similitudini




17) E' dato un triangolo rettangolo in cui i cateti misurano 6a, 8a.
Trovare la misura del lato del quadrato inscritto,
con un lato sull'ipotenusa (e due vertici sui cateti: vedi figura)

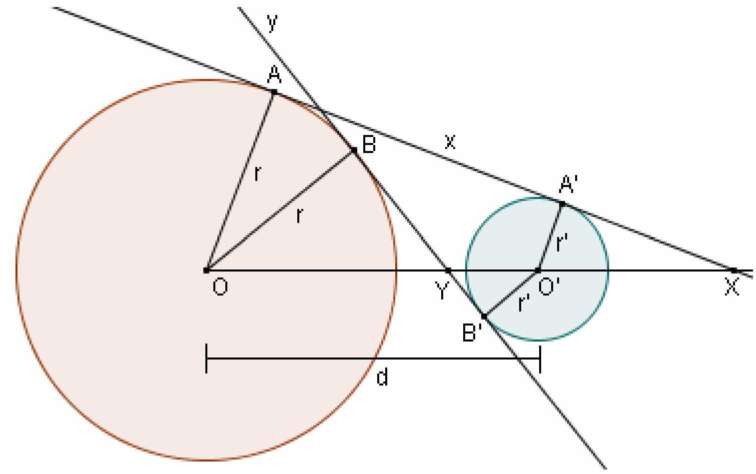
17') *Generalizzazione*:
supporre che le misure dei cateti siano $a$, $b$ rispettivamente.




18) In una circonferenza di raggio r è inscritto un triangolo isoscele, la cui base BC è uguale all'altezza AH.

I) Trovare la misura di BC = AH

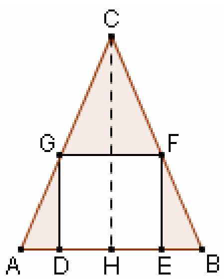
II) Determinare sul segmento AH un punto K in modo che, condotta per K la perpendicolare ad AH, che tagli AB in D, AC in E, e la circonferenza in F (dalla parte di D) e in G (dalla parte di E), sia verificata la relazione $DF + EG = r$ ⇨




19) ⇨
I centri O e O' di due circonferenze, di raggi r e r' rispettivamente (con $r > r'$) hanno distanza $OO' = d$ $(d > r + r')$.

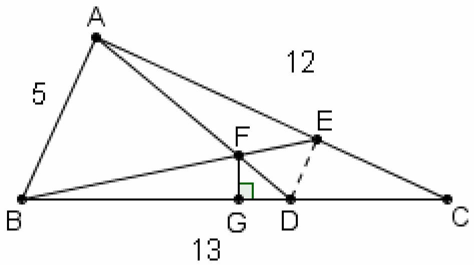
Una tangente comune *x* taglia il prolungamento del segmento OO' nel punto X; un'altra tangente comune *y* taglia OO' internamente, in Y.

Determinare le misure dei segmenti OX; O'X; OY; O'Y; YX.




20) ⇨
In un triangolo isoscele di area $9\ cm^2$ è inscritto un quadrato di lato 2 cm. Quanto misura la base del triangolo?

21) Se voglio che l'area di un triangolo raddoppi, per quale numero devo moltiplicare la lunghezza di tutti i lati?




22)
Il triangolo ABC ha i lati di 5, 12 e 13 cm. CD è la terza parte di BC, e CE è la terza parte di AC.

a) Dimostra che ABC è rettangolo
b) Dimostra che DE è parallela ad AB
c) Determina la lunghezza di DE
d) Dimostra che i due segmenti AD e BE si tagliano reciprocamente in due parti, una tripla dell'altra
e) Trova la misura della distanza FG di F da BC

**SOLUZIONI**

17) $\frac{120}{37}a$ 17') $\frac{ab\sqrt{a^2+b^2}}{a^2+ab+b^2}$ 18) I) $BC = AH = \frac{8}{5}r$ II) $AK = \frac{r}{5} \vee AK = r$

19) $OX = \frac{rd}{r-r'}$ $O'X = \frac{r'd}{r-r'}$ $OY = \frac{rd}{r+r'}$ $O'Y = \frac{r'd}{r+r'}$ $YX = \frac{2rr'd}{r^2-r'^2}$

20) La base del triangolo può misurare 3 cm oppure 6 cm 21) $\sqrt{2}$

22) a) ABC è rettangolo (in A) per l'inverso del Teorema di Pitagora, essendo $5^2 + 12^2 = 13^2$
b) 2° Criterio di Similitudine … c) DE = 5/3 d) Anche i due triangoli ABF, DEF sono simili …
e) $FG = 15/13$ (dopo aver tracciato …)