10. PUNTI UNITI, RETTE DI PUNTI UNITI, RETTE UNITE

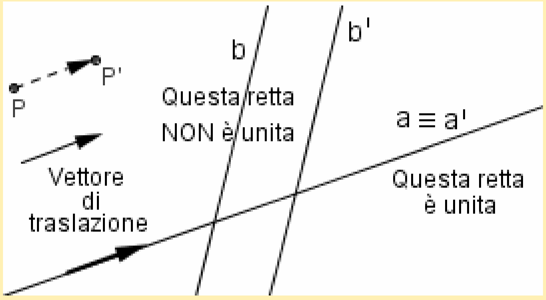
Si dice "punto unito", o "punto fisso", in una trasformazione, un punto che coincida con la sua immagine.

Esempi
- In una simmetria centrale, il centro di simmetria è punto unito.
- In una simmetria assiale, sono punti uniti tutti quelli dell'asse di simmetria.
- In una traslazione, non si ha nessun punto unito.

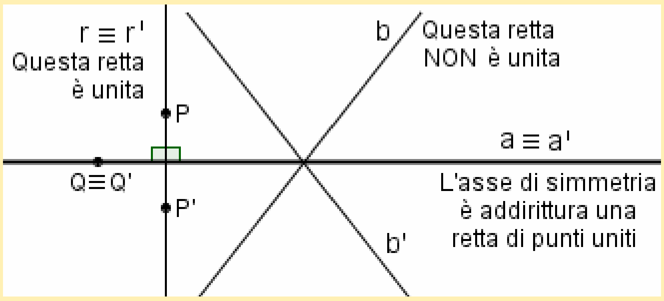
Se una retta è costituita tutta da punti uniti, allora la si chiama "retta di punti uniti".
- Esempio classico: in una simmetria assiale, l'asse di simmetria è una retta di punti uniti.

Se una retta viene mutata in sé stessa da una trasformazione, si dice che è una "retta unita".
Attenzione! Una retta unita non deve essere necessariamente una "retta di punti uniti".

♪ Ad esempio, in una *traslazione* non si ha *nessun punto unito*, quindi a maggior ragione non si hanno nemmeno rette di punti uniti; tuttavia, *ogni retta parallela al vettore di traslazione è una retta unita*, perché la trasformazione la fa "risovrapporre a sé stessa", pur con tutti i punti spostati.



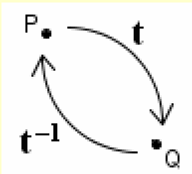
♫ Un altro bell'esempio si può trovare pensando ad una simmetria assiale. Qui l'asse di simmetria è una "retta di punti uniti". Se ora consideriamo una qualunque retta perpendicolare all'asse di simmetria, questa sarà "retta unita", pur senza essere "retta di punti uniti".



11. INVERSA DI UNA TRASFORMAZIONE

Data una trasformazione *t*, si dice "trasformazione inversa" della *t*, e si indica col simbolo t^{-1}, quella trasformazione che, rispetto alla *t*, fa "tornare indietro": ossia,

$$\mathbf{P = t^{-1}(Q) \Leftrightarrow Q = t(P)}$$



Insomma: P è l'immagine di Q attraverso la trasformazione inversa t^{-1}, se e solo se Q è l'immagine di P attraverso la *t*.

Possiamo anche dire che l'inversa di una trasformazione *t*, è quella trasformazione t^{-1} tale che la trasformazione composta $t^{-1} \circ t$ sia l'identità: $t^{-1} \circ t = I$

- L'inversa di un'omotetia di centro O e rapporto k, è l'omotetia di centro O e rapporto $1/k$;
- l'inversa di una traslazione è la traslazione di vettore opposto;
- l'inversa di una rotazione è la rotazione con lo stesso centro, ma di angolo opposto.

L'inversa di una simmetria, tanto centrale quanto assiale, è … la simmetria stessa!!!

Quindi, detta s una simmetria (centrale o assiale, non importa), avremo che

$$s^{-1} = s$$

o, se si preferisce,

$s \circ s = I$ (identità) : applicando per due volte una simmetria, si ritorna al punto di partenza.

Se una trasformazione ha la proprietà di coincidere con la propria trasformazione inversa, si dice che è "involutoria". t involutoria $\Leftrightarrow$ $t^{-1} = t$ $\Leftrightarrow$ $t \circ t = I$ $(= \textit{Identità}, \text{"}\textit{trasformazione identica}\text{"})$.

Se *t* è una trasformazione involutoria, allora, quando è $Q = t(P)$, è senz'altro anche $P = t(Q)$!

Possiamo dunque dire che **le simmetrie (centrali e assiali) sono tipiche trasformazioni involutorie**.