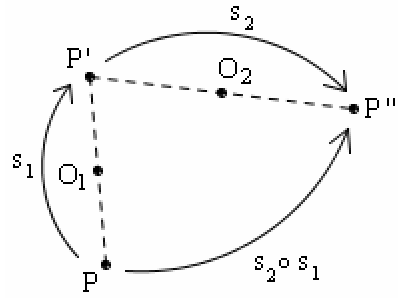
20. EQUAZIONI DELLA TRASFORMAZIONE COMPOSTA (detta anche "trasformazione PRODOTTO")

Sappiamo che **"comporre" due trasformazioni significa "applicarle successivamente".**

Consideriamo ad esempio due punti fissi O_1 e O_2, e

♪ applichiamo al generico punto P del piano innanzitutto la simmetria s_1 di centro O_1, ottenendo un certo punto P';

♫ poi, a questo P', applichiamo la simmetria s_2 di centro O_2 pervenendo ad un nuovo punto P".



Possiamo ora pensare alla trasformazione che muta *direttamente* P in P":
questa sarà indicata con $s_2 \circ s_1$
(si scrive per prima la trasformazione che viene applicata per ultima!)
e sarà chiamata
"trasformazione *composta*", o anche "trasformazione *prodotto*".

- Osserviamo che **la composizione di due trasformazioni non è, in generale, commutativa**: vai a riprendere l'esempio appena fatto, e verifica che $s_2 \circ s_1 \neq s_1 \circ s_2$.
- Ribadiamo ancora:
SI DEVE APPLICARE PER PRIMA LA TRASFORMAZIONE CHE È SCRITTA PER ULTIMA.
Se trovo scritto $f \circ g$ devo applicare prima g e poi f
(ciò vale sia con le trasformazioni che, più in generale, con tutte le funzioni).

Facciamo un esempio che mostri come si scrivono le equazioni della trasformazione composta, date le equazioni delle trasformazioni componenti:

$$\boxed{t_1:\begin{cases}x'=x+y\\y'=y-3\end{cases}} \quad \boxed{t_2:\begin{cases}x'=2x\\y'=y+1\end{cases}}$$

Se è richiesto di ricavare le equazioni di $t_2 \circ t_1$, allora faccio così (devo applicare prima t_1 e poi t_2):

$$(x,y) \xrightarrow{t_1} (x',y') \xrightarrow{t_2} (x'',y'')$$

$$\begin{cases}x'=x+y\\y'=y-3\end{cases} \qquad \boxed{\begin{cases}x''=2x'\\y''=y'+1\end{cases}} \begin{matrix}=2(x+y)=2x+2y\\=y-3+1=y-2\end{matrix}$$

e ho, in definitiva:

$$\boxed{t_2 \circ t_1:\begin{cases}x''=2x+2y\\y''=y-2\end{cases}}$$

I punti iniziale e finale sono qui indicati rispettivamente con (x,y) e (x'',y''); per ripristinare la notazione più consueta, potrei, volendo, trascrivere ribattezzando il punto finale con (x',y'):

$$\boxed{t_2 \circ t_1:\begin{cases}x'=2x+2y\\y'=y-2\end{cases}}$$

ESERCIZI SULLA TRASFORMAZIONE COMPOSTA

1) Andando a riprendere le affinità $t_1 \ldots t_9$ di cui all'esercizio precedente:

a) scegli qualche coppia t_i, t_j e scrivi le equazioni della trasformazione composta $t_i \circ t_j$;

b) componi qualche trasformazione con la sua inversa, per verificare che così facendo si ottiene l'identità, ossia la trasformazione di equazioni $\begin{cases}x'=x\\y'=y\end{cases}$

2) Le equazioni di due generiche traslazioni sono $\tau_1:\begin{cases}x'=x+a\\y'=y+b\end{cases}$ $\tau_2:\begin{cases}x'=x+c\\y'=y+d\end{cases}$

Fanne, con passaggi algebrici, la composizione e verifica che si ottiene ancora una traslazione.