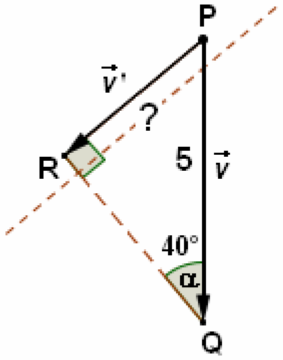
INTRODUZIONE ALLA TRIGONOMETRIA

1. SENO, COSENO E TANGENTE DI UN ANGOLO: UN PRIMO APPROCCIO

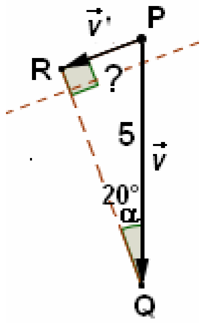
NOTA - In questo capitolo utilizzeremo ♥ il PUNTO, anziché la virgola, come separatore per i decimali

Il vettore $\overrightarrow{PQ}=\vec{v}$ in figura ha modulo 5; l'ampiezza dell'angolo α è di 40°. Quanto misurerà il modulo di $\overrightarrow{PR}=\vec{v}\,'$?



Problemi di questo tipo si presentano di frequente in Fisica. Fra i tantissimi esempi, possiamo pensare allo studio del moto su di un piano inclinato sotto l'azione della forza di gravità: è proprio la situazione a cui si ispira la figura.

Come è ovvio, la risposta dipende strettamente dal fatto che l'angolo α è proprio di 40°.
Se, poniamo, α misurasse invece 20° (e la misura di $\vec{v}$ fosse sempre 5: figura qui a destra), la risposta cambierebbe: $\vec{v}\,'$ avrebbe, in questo caso, un modulo più piccolino (osserviamo comunque, per inciso, che nel passaggio da $\alpha=40°$ ad $\alpha=20°$ il valore del modulo di $\vec{v}\,'$ NON diventerebbe esattamente la metà!). Bene:



chiamiamo "seno" di un angolo acuto α un numero, che è caratteristico dell'angolo stesso; il "seno" di α è il numero per cui moltiplicare l'ipotenusa di un triangolo rettangolo che ha un angolo acuto uguale ad α, per ottenere la misura del cateto opposto !!!

Prendi la macchinetta calcolatrice e digita 40 sul display.

Premi ora il tasto $\boxed{\text{sin}}$.

Sul display comparirà il numero cercato, che si scrive "*sen* α" o "*sin* α" (leggi: "*sen alfa*" o "*seno di alfa*"): in questo caso, si tratterà di "*sen* 40°", leggi "*seno di* 40°".
Esso è 0.6427876 (valore approssimato; salvo casi particolarissimi, i numeri così ottenuti hanno infinite cifre decimali, e la macchinetta li arrotonda).

Se ora moltiplichi il modulo di $\vec{v}$ (che è 5) per $sen\ \alpha = sen\ 40° = 0.6427876$, otterrai 3.2139381 che è il modulo di $\vec{v}\,'$.

Fai poi la stessa cosa supponendo che l'angolo α misuri 20°.
Otterrai $sen\ 20° = 0.3420201$ che è dunque il valore per cui moltiplicare il modulo di $\vec{v}$ se si desidera ottenere il modulo di $\vec{v}\,'$, qualora sia $\alpha = 20°$.
Perciò il modulo di $\vec{v}\,'$ sarà in questo caso $0.3420201 \cdot 5 = 1.7101008$

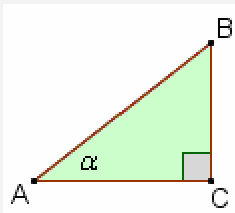
IL SENO DI UN ANGOLO ACUTO α

sen α = *numero per cui moltiplicare l'ipotenusa di un triangolo rettangolo che abbia* α *come angolo acuto, se si vuole ottenere il cateto opposto*

$$\boxed{CB = AB \cdot sen\,\alpha} \qquad \boxed{sen\,\alpha = \frac{CB}{AB} = \frac{\textit{cateto opposto}}{\textit{ipotenusa}}}$$

Il seno di un angolo acuto α è quindi uguale al rapporto, al quoziente, fra il cateto opposto e l'ipotenusa, in un triangolo rettangolo che abbia α come angolo interno.

Poiché in un triangolo rettangolo ogni cateto è minore dell'ipotenusa, **il seno di un angolo acuto sarà sempre <1.**

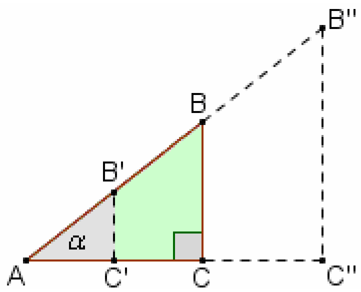


$sen\,\alpha$ oppure $sin\,\alpha$
Latino *sinus*, inglese *sine*

$$sen\,\alpha = \frac{CB}{AB} = \frac{\textit{cateto opposto}}{\textit{ipotenusa}}$$

Osserviamo che se noi teniamo fissa l'ampiezza dell'angolo α, ma restringiamo o allarghiamo il triangolo rettangolo, il rapporto *cateto opposto/ipotenusa*, ossia il seno, non cambia, perché se ad esempio il cateto si riduce alla metà, la stessa cosa avviene anche all'ipotenusa, per cui il loro quoziente rimane inalterato:
$CB/AB = C'B' : AB' = C''B'' : AB'' = \ldots$

Per questo **la definizione è "ben posta": la quantità *sen* α dipende esclusivamente dall'angolo α, e non dal particolare triangolo rettangolo considerato.**



Si dice che **IL "SENO"**
È UNA "FUNZIONE ANGOLARE".
"Funzione" indica una quantità che dipende in modo univoco da un'altra.
Nel nostro caso, il valore del seno dipende in modo univoco dall'ampiezza dell'angolo.

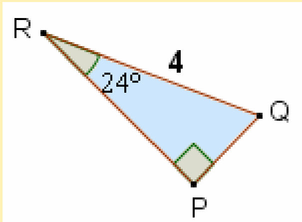
NELLA FUNZIONE "SENO"
- al raddoppiare dell'angolo, il seno NON raddoppia;
- se l'angolo diventa triplo, il seno NON diventa triplo;
- se l'angolo dimezza, il seno NON dimezza …

eccetera.

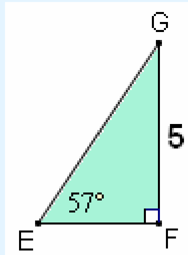
OCCHIO a non fare confusione.
La scrittura $sen\ \alpha$ non ha proprio NIENTE A CHE FARE con una moltiplicazione: non significa "*sen*" moltiplicato "α" … per carità, non avrebbe nessun senso!
Come non avrebbe senso scrivere "*sen*" e basta. La scrittura $sen\ \alpha$ significa "il seno di α": α è l'angolo e *sen* indica la funzione, indica che vogliamo passare dall'ampiezza dell'angolo a quel numero che ne esprime il "seno", e del quale ben conosciamo il significato geometrico.

Vediamo se hai capito. Copri con la mano le risposte, che sono riportate immediatamente sotto.

PROBLEMA 1)
Se nel triangolo rettangolo in figura io conosco $RQ = 4\ \text{m}$, $\hat{R} = 24°$ e dispongo di una macchinetta calcolatrice, potrò determinare tutti gli altri lati?



PROBLEMA 2)
Se nel triangolo rettangolo in figura io conosco $FG = 5\ \text{cm}$, $\hat{E} = 57°$ e dispongo di una macchinetta calcolatrice, potrò determinare tutti i lati?



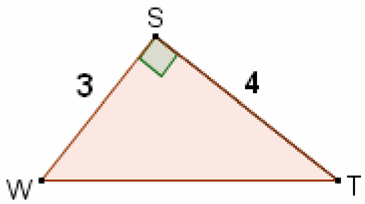
RISPOSTE

1) Sì. $PQ = RQ \cdot sen\ 24° = 4 \cdot 0.4067366 = 1.6269466$. RP potrà essere calcolato con Pitagora oppure così:
$\hat{Q} = 180° - 90° - 24° = 66°$; $RP = RQ \cdot sen\ 66° = 4 \cdot 0.9135454 = 3.6541818$

2) Sì. $sen\ \hat{E} = \dfrac{FG}{EG} \rightarrow EG = \dfrac{FG}{sen\ \hat{E}} = \dfrac{5}{sen\ 57°} = \dfrac{5}{0.8386705} = 5.961817$, poi EF con Pitagora oppure facendo:
$\hat{G} = 180° - 90° - 57° = 33°$; $EF = EG \cdot sen\ 33° = 5.961817 \cdot 0.544639 = 3.2470383$

COME RISALIRE DAL VALORE DEL SENO ALL'AMPIEZZA DELL'ANGOLO

Se nel triangolo rettangolo in figura io conosco $SW = 3\ \text{cm}$, $ST = 4\ \text{cm}$ e dispongo di una macchinetta calcolatrice, potrò determinare le ampiezze degli angoli acuti?



Certamente!
Prima, con Pitagora, $WT = \sqrt{SW^2 + ST^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$, quindi $sen\ \widehat{W} = \dfrac{ST}{WT} = \dfrac{4}{5} = 0.8$
da cui potrò risalire all'ampiezza di $\widehat{W}$ digitando 0.8 con la calcolatrice poi **premendo il tasto** $\boxed{\sin^{-1}}$.
Questa in genere nelle macchinette è una "seconda funzione": per attivarla si premerà prima il tasto $\boxed{\text{2ndF}}$.
Si trova 53.130102 ovvero **una misura in: gradi, decimi di grado, centesimi di grado …**

- ❑ **Volendo trasformare in gradi, primi** (60-esimi di grado) **e secondi** (60-esimi di primo), **come si può fare?**
  Si prende la parte dopo il punto decimale ossia 0.130102
  e ci si chiede innanzitutto a quanti primi, ossia a quanti 60-esimi di grado, corrisponde:
  $$0.130102 = \frac{x}{60} \rightarrow x = 0.130102 \cdot 60 = 7.80612 \text{ quindi } 7' + 0.80612'.$$
  Ma a quanti secondi (= 60-esimi di primo) corrispondono ora $0.80612'$?
  $$0.80612 = \frac{y}{60} \rightarrow y = 0.80612 \cdot 60 = 48.3672 \text{ cioè } 48'' + \text{ancora una frazione di secondo.}$$
  A questo punto possiamo però accontentarci, e approssimare $53.130102°$ con $53°\ 7'\ 48''$.

OSSERVAZIONE - Il tasto, sulla macchinetta, per **risalire dal seno all'angolo**, è dunque $\boxed{\sin^{-1}}$; comunque quel "-1" in alto a destra *non è un esponente*, è piuttosto uno PSEUDO-esponente: non significa "fare il reciproco", ma "applicare la funzione inversa, quella che fa tornare indietro".

E veniamo ora alla funzione "sorella" del *seno*: il *coseno*, e a una "cugina": la *tangente*.

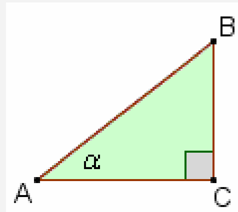
IL COSENO DI UN ANGOLO ACUTO α

cos α = numero per cui moltiplicare l'ipotenusa di un triangolo rettangolo che abbia α come angolo acuto, se si vuole ottenere il cateto adiacente

$\boxed{AC = AB \cdot \cos\alpha}$ $\quad$ $\boxed{\cos\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{cateto adiacente}}{\text{ipotenusa}}}$

Il coseno di un angolo acuto α è quindi uguale al rapporto, al quoziente, fra il cateto adiacente e l'ipotenusa, in un triangolo rettangolo che abbia α come angolo interno.

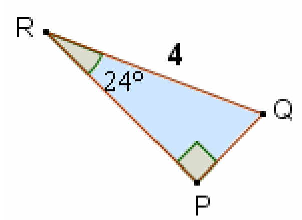
Poiché in un triangolo rettangolo ogni cateto è minore dell'ipotenusa, **il coseno di un angolo acuto sarà sempre <1.**



$\boxed{\cos\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{cateto adiacente}}{\text{ipotenusa}}}$

Riprendiamo un attimo il problema 1).
Si trattava di determinare i lati del triangolo in figura sapendo che

$RQ = 4\text{ m},\ \hat{R} = 24°$



Bene: per calcolare RP, si potrebbe dunque utilizzare il coseno e scrivere

$RP = RQ \cdot \cos\hat{R} = RQ \cdot \cos 24° = 4 \cdot 0.9135454$

dove il valore del coseno è stato ricavato tramite una macchinetta calcolatrice, digitando 24 poi pigiando il tasto $\boxed{\cos}$.

Il tasto, sulla macchinetta, che permette di **risalire dal coseno all'angolo**, è $\boxed{\cos^{-1}}$

LA TANGENTE DI UN ANGOLO ACUTO α

tg α = numero per cui moltiplicare il cateto adiacente ad α in un triangolo rettangolo che abbia α come angolo acuto, per ottenere il cateto opposto

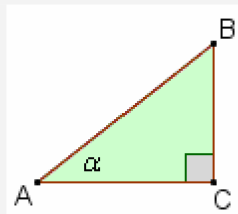
$\boxed{CB = AC \cdot tg\,\alpha}$ $\quad$ $\boxed{tg\,\alpha = \frac{CB}{AC} = \frac{\text{cateto opposto}}{\text{cateto adiacente}}}$

La tangente goniometrica di un angolo acuto α è quindi uguale al rapporto, al quoziente, fra il cateto opposto e il cateto adiacente, in un triangolo rettangolo che abbia α come angolo interno.

La tangente goniometrica
(di solito si dice, per abbreviare: "la tangente")
di un angolo acuto può assumere valori qualsiasi, anche molto grandi.

La tangente è legata al seno e al coseno da una semplice relazione:

$$\boxed{tg\,\alpha =} \frac{CB}{AC} = \frac{\frac{CB}{AB}}{\frac{AC}{AB}} = \boxed{\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}}$$



$\boxed{tg\,\alpha = \frac{CB}{AC} = \frac{\text{cateto opposto}}{\text{cateto adiacente}}}$

tg α oppure *tan α*

Si legge "*tangentalfa*"

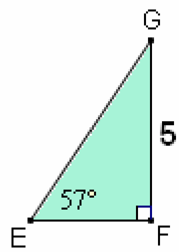
Riprendiamo il problema 2).
I dati erano: $FG = 5\text{ cm},\ \hat{E} = 57°$. Per calcolare EF, si potrebbe procedere così:

$\hat{G} = 180° - 90° - 57° = 33°;\quad EF = FG \cdot tg\,\hat{G} = FG \cdot tg\,33° = 5 \cdot 0.6494075 = 3.247038$

Il tasto sulla calcolatrice per ottenere la tangente porta in genere la scritta $\boxed{\tan}$.

In alternativa: $FG = EF \cdot tg\,\hat{E} = EF \cdot tg\,57° \rightarrow EF = \frac{FG}{tg\,57°} = \frac{5}{1.539865} = 3.247038$

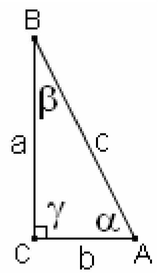
Il tasto, sulla macchinetta, che permette di **risalire dalla tangente all'angolo**, è $\boxed{\tan^{-1}}$



OSSERVAZIONE - In questo paragrafo, per semplicità, abbiamo utilizzato sempre il simbolo = anche quando, per via dei valori approssimati, avremmo dovuto, più rigorosamente, scrivere $\approx$ che significa "**uguale circa**".

ESERCIZI (risposte a pag. 433)

1)



I) $sen\,\alpha = ?$ a) $\dfrac{\textit{cateto opposto}}{\textit{cateto adiacente}}$ b) $\dfrac{\textit{cateto opposto}}{\textit{ipotenusa}}$ c) $\dfrac{\textit{cateto adiacente}}{\textit{cateto opposto}}$

d) $\dfrac{\textit{cateto adiacente}}{\textit{ipotenusa}}$ e) $\dfrac{\textit{ipotenusa}}{\textit{cateto opposto}}$ f) $\dfrac{\textit{ipotenusa}}{\textit{cateto adiacente}}$

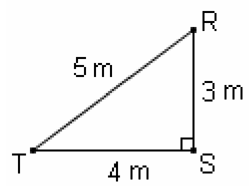
II) $cos\,\alpha = ?$ a) $\dfrac{\textit{cateto opposto}}{\textit{cateto adiacente}}$ b) $\dfrac{\textit{cateto opposto}}{\textit{ipotenusa}}$ c) $\dfrac{\textit{cateto adiacente}}{\textit{cateto opposto}}$

d) $\dfrac{\textit{cateto adiacente}}{\textit{ipotenusa}}$ e) $\dfrac{\textit{ipotenusa}}{\textit{cateto opposto}}$ f) $\dfrac{\textit{ipotenusa}}{\textit{cateto adiacente}}$

III) $tg\,\alpha = ?$ a) $\dfrac{\textit{cateto opposto}}{\textit{cateto adiacente}}$ b) $\dfrac{\textit{cateto opposto}}{\textit{ipotenusa}}$ c) $\dfrac{\textit{cateto adiacente}}{\textit{cateto opposto}}$

d) $\dfrac{\textit{cateto adiacente}}{\textit{ipotenusa}}$ e) $\dfrac{\textit{ipotenusa}}{\textit{cateto opposto}}$ f) $\dfrac{\textit{ipotenusa}}{\textit{cateto adiacente}}$

2)

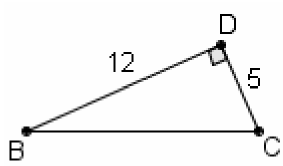


I) $sen\,\widehat{R} = ?$ a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{4}{5}$ d) $\frac{5}{4}$ e) $\frac{3}{5}$ f) $\frac{5}{3}$

II) $cos\,\widehat{R} = ?$ a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{4}{5}$ d) $\frac{5}{4}$ e) $\frac{3}{5}$ f) $\frac{5}{3}$

III) $tg\,\widehat{R} = ?$ a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{4}{5}$ d) $\frac{5}{4}$ e) $\frac{3}{5}$ f) $\frac{5}{3}$

3)



I) a) $sen\,\widehat{B} = ?$ … b) $cos\,\widehat{B} = ?$… c) $tg\,\widehat{B} = ?$…

II) a) $sen\,\widehat{C} = ?$ … b) $cos\,\widehat{C} = ?$… c) $tg\,\widehat{C} = ?$…

4) La tabella seguente riporta i valori di seno, coseno e tangente di alcuni angoli particolari (arrotondati a 2 cifre decimali: fanno eccezione solo *sen* 30° e *cos* 60° che valgono *esattamente* 0.5). Utilizzando la tabella, determina i valori approssimati dei segmenti che nelle varie figure sono indicati col "punto interrogativo".

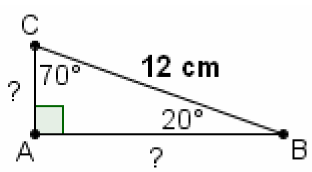
$\alpha°$	**10°**	**20°**	**30°**	**40°**	**50°**	**60°**	**70°**	**80°**
$sen\,\alpha$	0.17	0.34	0.50	0.64	0.77	0.87	0.94	0.98
$cos\,\alpha$	0.98	0.94	0.87	0.77	0.64	0.50	0.34	0.17
$tg\,\alpha$	0.18	0.36	0.58	0.84	1.19	1.73	2.75	5.67

Prima di svolgere gli esercizi osserva la tabella:

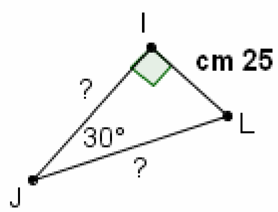
♪ potrai notare che **il seno di un angolo coincide col coseno dell'angolo complementare** (**due angoli sono fra loro "complementari" quando sono del tipo α, $90° - \alpha$** ossia quando **la loro somma è di 90°**: ad esempio, un angolo di 20° e uno di 70° sono complementari).

♫ **quando l'angolo raddoppia, NON è vero che seno, coseno, tangente raddoppino** (il loro valore è *piuttosto* vicino al doppio *solo quando l'angolo è piccolo*, ma conservando un numero maggiore di cifre decimali, si potrebbe osservare che nemmeno per gli angoli piccoli al raddoppiare dell'angolo si ha un valore della funzione *esattamente* doppio).

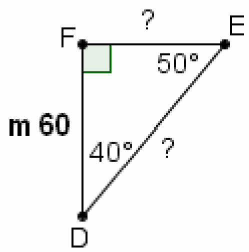
a)



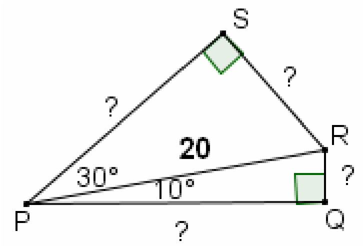
b)



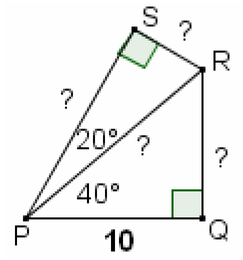
c)



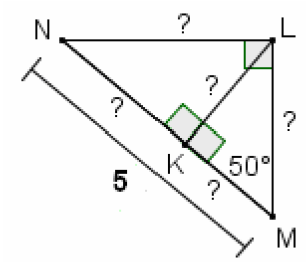
d)



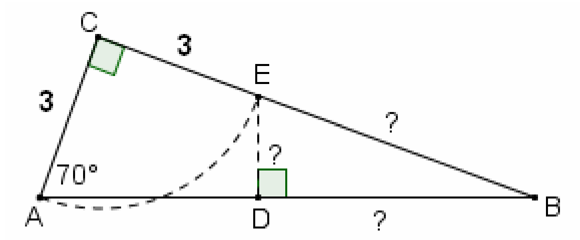
e)



f)



g)



5) Sapendo che $sen\,\alpha = 0.95$ e $cos\,\beta = 0.92$
con una macchinetta calcolatrice determina, arrotondandole al grado,
le misure degli angoli α, β, γ di un triangolo ABC.

6) a) Prova a inserire nella macchinetta calcolatrice il numero 2 e a pigiare poi il tasto (seconda funzione) sen^{-1}. Che succede? … Cosa significa tutto ciò?

b) Che valore ti aspetti di ottenere, a "occhio", se fai invece il calcolo $tan^{-1}(2)$?

7) **TRASFORMARE IN GRADI, PRIMI E SECONDI UN ANGOLO ESPRESSO IN GRADI, DECIMI DI GRADO, ECCETERA**

Esempio:

$$13.548° = 13° + 0.548°$$
$$0.548 \cdot 60 = 32.88$$
$$13.548° = 13° + 32' + 0.88'$$
$$0.88 \cdot 60 = 52.8$$
$$13.548° \approx 13°\,32'\,53''$$

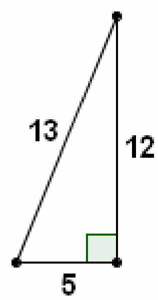
ESERCIZI

a) 19.72° b) 2.4837° c) 133.842° d) 12.12° e) 38.245° f) 48.357° g) 19.88°

8) Con la calcolatrice tascabile, stabilisci quanto misurano gli angoli acuti dei triangoli rettangoli che corrispondono alle quattro "terne pitagoriche"

a) 5, 12, 13
b) 7, 24, 25
c) 9, 40, 41
d) 48, 55, 73

E' richiesto di approssimare l'angolo ai gradi e ai PRIMI.



9) **TRASFORMARE IN GRADI, DECIMI DI GRADO, ECCETERA, UN ANGOLO ESPRESSO IN GRADI, PRIMI, SECONDI**

Esempio:

$$45°\,32'\,27'' = \left(45 + \frac{32}{60} + \frac{27}{3600}\right)° = \left(45 + \frac{32 \cdot 60 + 27}{3600}\right)° = 45.540833...° \approx 45.54°$$

ESERCIZI

a) 3°14' b) 89° 59' 28'' c) 23° 8' 30'' d) 75° 24' e) 1° 2' 3'' f) 123° 47' 38''

10) Con **GeoGebra**,
disegna un triangolo rettangolo (“retta perpendicolare”),
evidenzia l’angolo retto (GeoGebra lo marcherà con un quadratino),
poi evidenzia un angolo acuto e, tramite i rapporti
- cateto opposto/ipotenusa,
- cateto adiacente/ipotenusa,
- cateto opposto/cateto adiacente,

servendoti di “testi dinamici” (vol. 1, Geometria, cap. 4),
visualizza i valori di seno, coseno, tangente di quell’angolo.
Come devi deformare il triangolo se vuoi che si avvicini a 1 il valore del seno/del coseno/della tangente?

RISPOSTE

1) I) b II) d III) a 2) I) c II) e III) b 3) I) a) 5/13 b) 12/13 c) 5/12 II) a) 12/13 b) 5/13 c) 12/5

4) NOTA - Se un calcolo darà come risultato un numero con più di 2 cifre dopo la virgola,
arrotonderemo ai centesimi, seguendo la **REGOLA PER GLI ARROTONDAMENTI** seguente:

♪ **Se vengono trasformate in “0” tutte le cifre a partire da una certa cifra e verso destra, quando la prima cifra da trasformare in “0” è 0, 1, 2, 3 o 4, allora nell’arrotondamento la cifra precedente resta invariata;**

♫ **se invece la prima cifra da trasformare in “0” è 5, 6, 7, 8 o 9, allora nell’arrotondamento la cifra precedente viene aumentata di un’unità.**

Esempi:
l’arrotondamento di 2.4763 ai centesimi è 2.48; quello di 0.372 sempre ai centesimi è 0.37.

a) $AC = 12 \cdot sen\,20° \approx 12 \cdot 0.34 = 4.08$ $AB = 12 \cdot cos\,20° \approx 12 \cdot 0.94 = 11.28$

b) $JL = 25 / sen\,30° = 25/0.5 = 50$ (non abbiamo messo il simbolo $\approx$ perché il valore 0.5 per *sen* 30° è, eccezionalmente, un valore esatto e non approssimato; inoltre, pure il calcolo 25/0.5 dà *esattamente* 50)

$IJ = JL \cdot cos\ 30° \approx 50 \cdot 0.87 = 43.5$
oppure $IJ = IL / tg\ 30° \approx 25/0.58 \approx 43.10$
oppure $IJ = IL \cdot tg\ \hat{L} = IL \cdot tg\ 60° \approx 25 \cdot 1.73 = 43.25$

dove le differenze fra i valori trovati coi tre metodi si devono al fatto che nella nostra tabella i valori di seno, coseno e tangente non sono in generale esatti ma approssimati

c) $FE = 60 \cdot tg\,40° \approx 60 \cdot 0.84 = 50.4$ $ED = 60 / cos\,40° \approx 60/0.77 \approx 77.92$

d) $RQ = 20 \cdot sen\,10° \approx 20 \cdot 0.17 = 3.4$ $PQ = 20 \cdot cos\,10° \approx 20 \cdot 0.98 = 19.6$
$RS = 20 \cdot sen\,30° = 20 \cdot 0.50 = 10$ $PS = 20 \cdot cos\,30° \approx 20 \cdot 0.87 = 17.4$

e) $RQ = 10 \cdot tg\,40° \approx 10 \cdot 0.84 = 8.4$ $PR = 10 / cos\,40° \approx 10/0.77 \approx 12.99$
$RS \approx 12.99 \cdot sen\,20° \approx 12.99 \cdot 0.34 \approx 4.42$ $PS \approx 12.99 \cdot cos\,20° \approx 12.99 \cdot 0.94 \approx 12.21$

f) $LN = 5 \cdot sen\,50° \approx 5 \cdot 0.77 = 3.85$ $LM = 5 \cdot cos\,50° \approx 5 \cdot 0.64 = 3.2$ $LK = LM \cdot sen\,50° \approx ... \approx 2.46$ (NOTA)
$MK = LM \cdot cos\,50° \approx 3.2 \cdot 0.64 \approx 2.05$ $KN = 5 - MK \approx 5 - 2.05 = 2.95$

g) $BC = AC \cdot tg\,70° \approx 3 \cdot 2.75 = 8.25$ $BE = BC - 3 \approx 8.25 - 3 = 5.25$ $\hat{B} = 180° - 90° - 70° = 20°$
$DE \approx 5.25 \cdot sen\,20° \approx 5.25 \cdot 0.34 \approx 1.79$ $DB \approx 5.25 \cdot \cos 20° \approx 5.25 \cdot 0.94 \approx 4.94$

NOTA - Se a questo punto si ricalcolasse LN come LK/*sen* 40° ,
uscirebbe una lunghezza leggermente diversa da quella trovata prima.
In questo contesto ci interessa poco, tant’è vero che abbiamo deciso di
approssimare a due cifre decimali anche i seni, i coseni e le tangenti;
ma in generale, in calcoli di questo genere,
è sempre **BUONA NORMA**
CERCARE DI COINVOLGERE VALORI “BASE”,
E NON VALORI GIÀ CALCOLATI, QUINDI AFFETTI DA APPROSSIMAZIONE.

5) 72°, 23°, 85°

6) a) Messaggio di errore. Non può esistere un angolo il cui seno sia maggiore di 1.
b) Disegna un triangolo rettangolo coi cateti uno doppio dell’altro …
Vedrai che l’angolo acuto maggiore è compreso fra i 60° e i 70° (più precisamente, è di $63°\,26'$ circa)

7) a) $19°\,43'12''$ b) $\approx 2°\,29'1''$ c) $\approx 133°\,50'31''$ d) $12°\,7'12''$ e) $38°\,14'42''$ f) $\approx 48°\,21'25''$ g) $19°52'48''$

8) a) $\approx 22°\,37'$, $\approx 67°\,23'$ b) $\approx 16°\,16'$, $\approx 73°\,44'$ c) $\approx 12°\,41'$, $\approx 77°\,19'$ d) $\approx 41°\,7'$, $\approx 48°\,53'$

9) a) $\approx 3.23°$ b) $\approx 89.99°$ c) $\approx 23.14°$ d) $75.4°$ e) $\approx 1.034°$ f) $\approx 123.794°$